

OPPGAVESETT - LÆRER

MATEMATIKK I LEK

KUBIKKMETERHUSET

SØVE | MATEMATIKKBØLGEN | EKER DESIGN

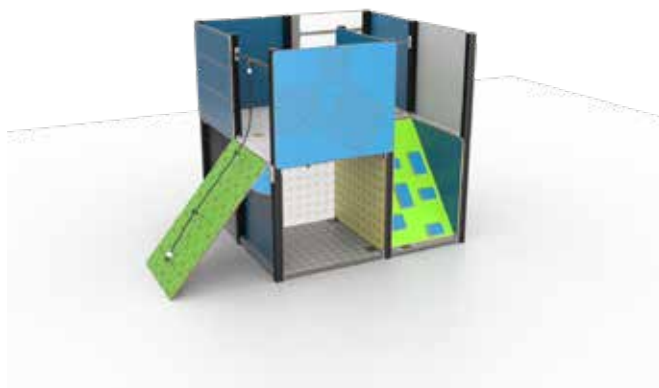


LEK | LÆR | MATEMATIKK | LATTER | PROBLEMLØSING | KREATIVITET | AKTIVITET

INNHOOLD

1.	OM KUBIKKMETERHUSET	3
2.	1. - 4. TRINN	4
3.	5. - 10. TRINN	28

KUBIKKMETERHUS



Kubikkmeterhuset er designet for å skape forståelse for matematiske begreper og konsepter. Det er et verktøy for tenkning, visualisering og kommunikasjon. Det kan hjelpe elevene til å forstå begreper og logikken begrepene er bygd opp rundt å skape undring, eksperimentering og utforskning i matematikklæringen.

Mens konkretiseringsutstyr i matematikk ofte er smått og laget for bruk inne, er kubikkmeterhuset 8 m³ stort og laget for utendørs bruk! Hovedintensjon med modellen er at elevene skal få mange praktiske og fysiske erfaringer med målinger, geometri og tall, slik at de blir trygge på og kan anvende erfaringer fra dette i sammenheng med teori og skriftliggjøring i matematikklæringen. Med Kubikkmeterhuset kan elevene være aktive, undre seg over, undersøke, eksperimentere og gjøre seg mange praktiske erfaringer innenfor områdene målinger, tall og geometri. Med hode, kropp og sanser kommer elevene i direkte kontakt med en stor modell med utrolig mange skjulte skatter og hemmeligheter skapt for utforskning, undring og problemløsning.

Oppgavesamling

Kubikkmeterhuset kommer sammen med en oppgavesamling med forslag til aktiviteter som handler om målinger, geometri og tall. I tillegg er det en veiledning til lærere. Oppleggene er utviklet for 1.-10. trinn og ivaretar generelle mål for matematikklæring og kompetansemål fra Fagfornyelsen. Oppleggene er delt i 1.-4. trinn, 5.-7. trinn og 8.-10. trinn, men mange av dem kan med fordel tilpasses og brukes gjentatte ganger uavhengig av trinn.

Hele oppgavebanken er basert på en progresjon, som oppleggene bygges etter. En oversikt over hva som har skjedd på småtrinn, er en forutsetning for det som skal skje oppover i trinnene, og omvendt bør småtrinn ha en forståelse for hva som skal komme senere. Oppleggene ivaretar generelle mål for faget som problemløsning, utforskning, problemløsning, resonnement, argumentasjon og kommunikasjon.

1. - 4. TRINN

Utdanningsdirektoratet sier at elevene viser og utvikler kompetanse når de får bruke kunnskap og ferdigheter til å løse problem og utforske matematiske sammenhenger. Videre viser og utvikler de kompetanse i matematikk når de undrer seg, stiller matematiske spørsmål, tester og bruker matematiske begrep og forklarer og argumenterer for egne løsninger. Dette får elevene mulighet til i følgende oppgaver.



KUBIKKMETERHUS

Trinn:	1.-4.
Mål:	Lære om areal og enheter for areal sammen med overganger mellom enheter
Begreper:	Areal, cm^2 , dm^2 , m^2
Utstyr:	Målebånd, gjerne en m^2 i plast delt opp i dm^2 og cm^2 , papir og blyant. La alle elevene lage sine egne maler i papir som er en cm^2 og en dm^2 . Klassen kan i fellesskap lage en m^2 ved å feste sammen fire meterstokker med strikk og/eller lag en av brunpapir.
Fra Fagfornyelsen:	
2.trinn:	
	<ul style="list-style-type: none"> • måle og samanlikne storleikar som gjeld lengd og areal, ved hjelp av ikkje-standardiserte og standardiserte måleiningar, beskrive korleis og samtale om resultatene.

Introduksjon:

Elevene bruker områder utendørs for å finne ulike areal. De må tenke kreativt og se sammenhenger for å finne større enn, og mindre enn. Elevene kan bruke kjente former, som kubikkmeterhuset, husvegg, vinduer osv.



OPPGAVE 1 - BLI KJENT - AREAL OG MÅLEENHETER FOR AREAL

Didaktikk:

Areal er for de fleste elevene et begrep de ikke møter ofte i sitt hverdagsliv. Det samme gjelder enheter for areal. Ofte blander elever enheter for lengde og areal, og tenker likt når det gjelder overgangen mellom enhetene. Derfor er det viktig at elevene ikke bare lærer regler utenat, men at de får mange praktiske erfaringer og knytter skriftliggjøringen til de praktiske erfaringene de gjør. Når elevene hører eller leser $10\,000\text{ cm}^2$, vil mange elever tenke at dette må være et veldig stort areal, siden det er et så stort tall. For å forstå trenger elevene mange praktiske erfaringer sammen med skriftliggjøringen, slik at de blir trygge og lærer, forstår og kan anvende dette.

Forberedelse:

Denne øvelsen forutsetter at elevene er kjent med hva målinger er og handler om, at de har grunnleggende forståelse for hva et areal er og at de har gjort øvelser med lengde og areal med ikke-standardiserte enheter tidligere. Gjør klart utstyr som dere trenger.

OPPGAVE

1. Be elevene (enkeltvis) finne et område som de kan vise til som er større enn 40 dm^2 og mindre enn 5000 cm^2 .
2. La elevene få komme opp med forslag, for eksempel ved å peke på og si at det må være omtrent like stort som veggen der, eller bordet her, eller ca. så stort og viser med hendene. Hvis de har laget sine egne maler, kan de bruke erfaringer fra dette?
3. 40 dm^2 ; jeg tenker at det kan være som $4 \times 10\text{ dm}^2$? Be elevene forklare hvordan de tenker.
4. Snakk med elevene om at når vi går fra cm^2 til dm^2 , så er det ikke slik som når vi måler lengde, hvor det er 10 cm i en dm osv. Kan elevene selv komme frem til at det er 10 cm x 10 cm, dvs 100 cm^2 i en dm^2 og 10 dm x 10 dm, dvs 100 dm^2 i en m^2 ! Altså vi må multiplisere med 100!
5. Gjør mange lignende øvelser med areal praktisk, slik at elevene får mange praktiske/fysiske erfaringer med størrelser og enheter for areal. Bruk gjerne maler som dere kan dekke arealet med og telle opp antall av enheter som må til for å dekke et areal.
6. Fortsett med flere lignende oppgaver hvor dere bruker ulike måleenheter for areal som cm^2 , dm^2 og m^2 .

Arealøvelser kubikmeterhuset:

Det er mange design på kubikmeterhuset som egner seg for arealmålinger. La elevene gå på jakt etter mål i modellen. Her er et noen forslag til hva dere kan lete etter:

Kan du finne?

Noe som er ca 5000 cm^2

Noe som er større enn 2 m^2

Noe som er ca 2 dm^2

Noe som er ca 4 cm^2

To forskjellige former med ca. det samme arealet?

Hvor stort areal har hullet i vinduet?

Hvor mange cm^2 er pilen på den ene rampen?

En form du velger og måler: (hva)

Tips:

Bruk begreper for areal så ofte som mulig. Det vil ofte ha en svært god effekt.

Kan dere lage dere noen gode «kroppsmål» som for eksempel håndflata mi er ca 50 cm^2 ?
La elevene selv finne noen gode ideer for dette.



OPPSUMMERING

Reflekter sammen med elevene over hvor anderledes det er å finne areal i forhold til lengden av noe. Det er ikke bare en dimensjon, men to! Et areal har både en lengde og en bredde. Hva skal vi gjøre når vi har et areal som ikke har en bestemt form? Hvor nøyaktig trenger vi å være? Diskuter med gruppa hvordan elevene tenker når de skal finne arealet av et område. Kanskje har noen av elevene ideer knyttet til erfaringer de har? Hva skjer når vi skal finne arealet av en form som er ukjent? Dette er en god anledning til å lete etter hvordan en form kan deles opp til en sammensatt form.



KUBIKKMETERHUS

Trinn:	1.-4.
Mål:	Lære om lengdemål og måleenheter for lengde
Begreper:	lengde, centimeter, desimeter, meter
Utstyr:	Langt og kort målebånd, (bruk det dere har tilgjengelig), blyant og papir. Elevene trenger et målebånd hver som er 1-2 meter. Felles trenger dere et langt målebånd, avhengig av hva dere har tilgjengelig.

Fra Fagfornyelsen:

2.trinn:

- måle og samanlikne storleikar som gjeld lengd og areal, ved hjelp av ikkje-standardiserte og standardiserte måleiningar, beskrive korleis og samtale om resultatata

Introduksjon:

Kubikkmeterhus - areal og måleenheter.

I denne oppgaven får elevene ta i bruk hele kubikkmeterhuset. De må klatre, krype og bevege seg for å jakte på ulike lengder. De får muligheten til å oppleve lengder, i store format.



OPPGAVE 2 - KORTERE OG LENGRE ENN...

Didaktikk:

Elevene vil ofte bli presentert for, og må huske regelen om overganger mellom enheter, lært som for eksempel du må gange med 10. Ofte tenker ikke elevene egentlig over den praktiske og fysiske betydningen av dette. Dette kan føre til problemer for elevene, ikke bare i forhold til lengdeenheter, men enda mer forvirrende når det kommer til areal og volum.

Det er derfor viktig at det brukes mye tid på å gjøre elevene fortrolige med enhetene og at de også har et fysisk forhold til dem, slik at det hjelper med forståelse når det kommer til teori og skriftliggjøring. Når elevene får skriftliggjøre samtidig med at de utfolder seg fysisk, og gjennomfører praktiske øvelser, får de en viktig og god kombinasjon av teori og praksis.

Forberedelse:

Oppgaven forutsetter at elevene allerede er kjent med ikke-standardiserte enheter for lengde, som for eksempel fot og skritt, og at de har fått en grunnleggende forståelse for hva målinger er og handler om.

Nedenfor finner dere noen forslag til aktiviteter, men du må gjerne bruke klassens, gruppens, og dine egne ideer, i tillegg til eller i stedet for de foreslåtte oppgavene.

OPPGAVE

1. Marker en strek for start. Alle i gruppen starter samtidig.
2. Be elevene gå til de tror de har gått lengre enn 30 meter og kortere enn 40 meter. Elevene kan markere med en stein eller pinne der de stanser.
3. Mål deretter 30 og 40 meter fra streken. La elevene selv sjekke om de er innenfor oppmerkingen.
4. Be elevene finne ut hvor de stanset og notere sine egne resultater.
5. Snakk med elevene om hvordan de bestemte seg for hvor de ville stanse. Det kan komme frem mange gode argumenter om hvordan de tenker i forhold til hvor langt en meter er!
6. Ny runde, men nå med nye avstander hvor dere korter ned på «slingringsmonnet», for eksempel lengre enn 20 meter og kortere enn 25 meter.

Gjenta denne øvelsen mange ganger med nye avstander, hvor det blir mer og mer utfordrende å holde seg innenfor den gitte avstanden.

Fortsett med flere aktiviteter hvor dere bytter til dm og cm, ved å plassere en stein eller lignende der elevene tror det er fra streken til det er lengre enn 10 dm og kortere enn 14 dm, for eksempel. En videre aktivitet kan gjøres ved å blande enhetene, for eksempel lengre enn 8 dm og kortere enn 60 cm.

Lengdeøvelse kubikkmeterhuset

Kubikkmeterhuset er utformet for at elevene skal kunne finne mange muligheter for å gjøre lengde-, areal- og volummålinger.

Finn lengdene. Skriv enheter du bruker. Bruk både cm, dm og m minst en gang hver.

Lengde på rampen med piler?

Høyden til en pil på rampen med piler?

Hvor langt er det rundt kubikkmeterhuset?

Høyden til kubikkmeterhuset?

Sidelengdene til rektanglene på veggen?

Diameteren til sirkelvinduet?

Høyden til rektanglene på halveringsflate?

En lengde du velger selv:

Tips:

Vis med illustrasjon

La elevene få erfaring med mange forskjellige verktøy når dere måler lengder. Ulike målebånd med cm, dm og m, linjaler, lasermåler, meterstokk, tommestokk. Snakk med elevene om at de må legge målebåndet på riktig sted for å starte målingen (starte på null) og forsikre deg om at alle har forstått at det ikke kan være gap mellom enhetene når lengder måles.



OPPSUMMERING

Samle klassen og snakk om overgangen mellom enheter for lengde. De aller fleste elevene vil være ganske godt kjent med enheter som cm, og m, men kanskje ikke så kjent med dm?

Diskuter med elevene at når det gjelder overgangen mellom enheter for lengde, så må de multiplisere med 10 for å gjøre om fra en enhet til den neste (evt omvendt dividere med 10). Det er 10 cm i en dm og det er 10 dm i en meter.

Gode spørsmål:

- Jeg vet at det er 15 cm fra tommelfinger til lillefinger når jeg strekker ut fingrene mine. Hva kan du bruke som et «kroppsmål»?

Tips til flere aktiviteter

Finn en pinne som er ca. 80 cm. Mål den opp på forhånd, men ikke la elevene se at du gjør dette. Så lar du elevene få gjette hvor lang de tror pinnen er. Bruk et stort ark og la elevene skrive ned sine gjetninger med cm som enhet, og navnet sitt ved siden av. Sett ring rundt de fem-seks av elevene som er nærmest det riktige svaret (ikke si noe om hva som er riktig svar enda). La alle elevene se hvem som er ringet rundt og hva de har gjettet. Gi deretter alle elevene sjansen til å endre sin gjetning ut fra hva de ser fra tallene.

La elevene få vite hvor lang pinnen er. Gi litt oppmerksomhet til den/de elevene som er nærmest; enten det er nøyaktig riktig, kortere eller lengre enn. Be elevene diskutere hvordan de kan komme nærmest mulig, kanskje har de kroppsmål eller andre forslag som «jeg vet at en linjal er ca. 30 cm, og så tenker jeg at pinnen er dobbelt så lang...», jeg ser at det er kortere enn en meter, fordi den er mye kortere enn meg og jeg er litt over en meter...» osv.

Finn deretter noe på Kubikkmeterhuset som dere kan gjøre den samme aktiviteten med. Da vil du kunne se om elevene bruker det de har lært, når de skal gjøre overslag.



KUBIKKMETERHUS

Trinn:	1.-4.
Mål:	Lære om skriftliggjøring av arealmålinger
Begreper:	cm^2 , dm^2 , m^2
Utstyr:	Maler for areal som cm^2 , dm^2 og m^2 , papir og blyant

Fra Fagfornyelsen:

2.trinn:

- måle og samanlikne storleikar som gjeld lengd og areal, ved hjelp av ikkje-standardiserte og standardiserte måleiningar, beskrive korleis og samtale om resultatata.

Introduksjon:

Måljakt med areal

Ved å la elevene selv jakte areal, får de en spennende utfordring. De må bevege seg, klatre opp og ned, samtidig som de tenker kreativt og matematisk for å finne arealene. Hvor er det hensiktsmessig

å bruke de ulike måleenhetene? Når elevene selv skal skrive ned tallene de finner, vil det etter hvert bli naturlig å velge den mest hensiktsmessige måten å føre tallene på.



OPPGAVE 3 - MÅLJAKT MED AREAL

Didaktikk:

Før elevene kan forstå hva måling av areal er og innebærer, må de ha forstått at det handler om å dekke en avgrenset flate med måleenheter for areal. Det er ikke selvsagt at elevene forstår dette uten at de har gjort mange praktiske erfaringer tidligere. Mange elever lærer formler for areal og forstår ikke at det er situasjoner hvor du ikke kan bruke en formel, men er nødt til å tenke litt annerledes. Areal kan også finnes ved å dele opp en form til et sammensatt areal, slik som tilfellet er med pilene. Det er også mulig å komme frem til et omtrentlig svar ved å bruke telling.

Det er ikke så ofte at vi trenger et nøyaktig svar i det virkelige liv, så det å kunne gjøre et kvalifisert overslag er ofte nok. Diskuter dette med elevene. Du kan gjøre lignende oppgaver med mange av sideflatene i Kubikkmeterhuset, som alle gir lignende muligheter for oppgaver for arealmålinger.

Forberedelse:

Oppgaven forutsetter at elevene allerede er kjent med ikke-standardiserte enheter for lengde som for eksempel fot og skritt og at de har fått en grunnleggende forståelse for hva målinger er og handler om.

Nedenfor finner dere noen forslag til aktiviteter, men du må gjerne bruke klassens, gruppens og dine egne ideer, i tillegg til eller i stedet for de foreslåtte oppgavene.

OPPGAVE

1. Start ved Kubikkmeterhuset.
2. Be elevene finne tre områder de vil finne arealet av, et hvor de måler cm^2 , et hvor de måler dm^2 og et hvor de måler m^2 og notere resultatene på et ark med en oversikt over hva de måler.
3. La noen av elevene få fortelle hva de har målt og hvilken fremgangsmåte de brukte for å finne arealet.
4. Diskuter hvilke enheter som mest effektivt kan brukes for å finne areal. Elevene kan bruke telling, formler, symmetri (ved for eksempel å telle halvparten og doble) osv.
5. Diskuter også når det er mest effektivt å bruke cm^2 , dm^2 og m^2 .
6. Nå kan elevene finne en oppgave de vil dele med en annen elev, dvs elevene lager en oppgave som de gir til en annen elev for å løse.

Gode spørsmål:

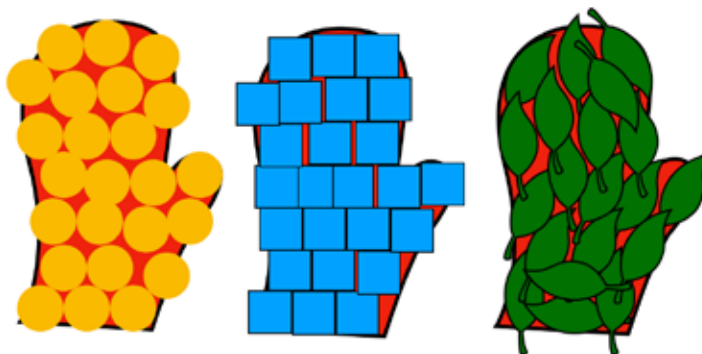
- Er det noen ganger det er mer riktig å bruke cm^2 i stedet for dm^2 ? I så fall, når og hvorfor? (det ene ikke mer riktig enn det andre, men kanskje enklere?)

Tips:

Bruk arealenheter til å dekke areal av avgrensede områder, både store og små arealer. Bruk gjerne areal som ikke har en kjent/bestemt form. Elevene kan også selv tegne lukkede former på asfalten eller i grusen.



Be elevene dekke områdene med ulike enheter for areal. På denne måten vil elevene få erfaring med at areal ikke trenger å være i form av et rektangel, en sirkel osv. Gjennom en slik øvelse vil elevene også kjenne fysisk på at det er mye arbeid å dekke 1 m^2 med cm^2 .



OPPSUMMERING

Samle elevene og bruk rampen med piler som et utgangspunkt for oppsummering/refleksjon.

Hvordan kan dere finne arealet av en pil? Diskuter løsningsforslag fra elevene. Hvordan kan dere finne arealet av alle pilene? Diskuter løsningsforslag fra elevene.

Oppsummer hva dere har gjort i denne økta og hva dere har lært. Synes elevene selv at de har fått en bedre forståelse for enheter for areal? Har de fått en bedre forståelse for når det er mest effektivt å bruke de ulike måleenhetene som cm^2 , dm^2 , og m^2 når de måler areal? Har elevene fått noen nye strategier for hvordan de effektivt kan finne arealet av en sammensatt form?



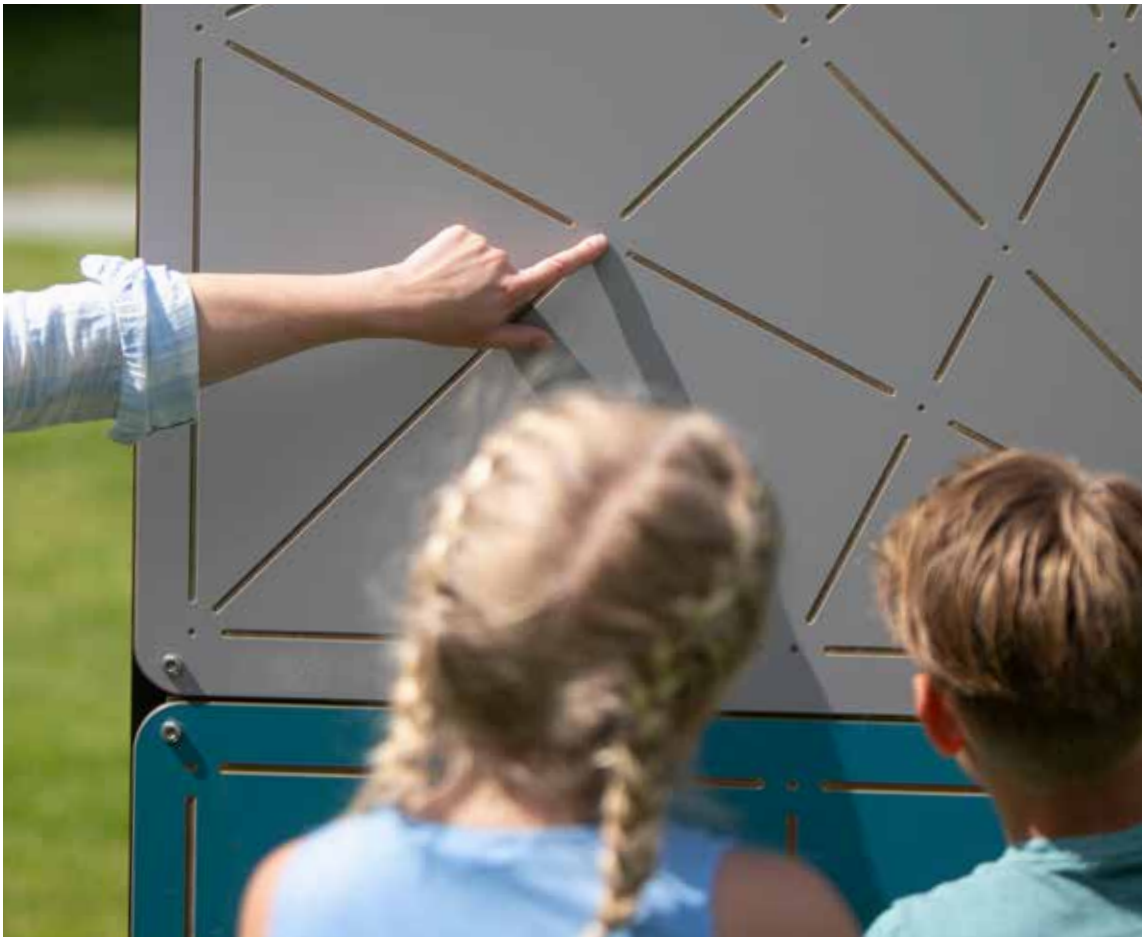
KUBIKKMETERHUS

Trinn:	1.-4.
Mål:	Gjenkjenne egenskaper ved former, sortere former etter egenskaper
Begreper:	cm^2 , dm^2 , m^2
Utstyr:	Kubikkmeterhuset, papir og blyant
Fra Fagfornyelsen:	
4.trinn:	
	<ul style="list-style-type: none">• utforske, beskrive og samanlikne eigenskapar ved to- og tredimensjonale figurar ved å bruke vinklar, kantar og hjørne

Introduksjon:

Sortering med former i kubikkmeterhuset

Hva er en vinkel? Hva er ulike former?
Elevene får en praktisk tilnærming til disse begrepene, og hva de innebærer i kubikkmeterhuset.



OPPGAVE 4 - SORTERING MED FORMER

Didaktikk:

Sortering er grunnleggende for all matematikk. Vi må oppmuntre elevene til å sortere på mange og varierte måter både gjennom klassifisering og ordning. Snakk med elevene om likheter og ulikheter og oppfordre elevene til å sammenligne, klassifisere og lage grupper og rekkefølger. Elevene kan også sortere etter egenskaper hvor vi lager grupper av gjenstander sortert ut fra bestemte kriterier som farge, form, størrelse. Denne type sortering kalles klassifisering. Når elever sorterer etter en rekkefølge, for eksempel fra største til minste, kalles det ordning.

Forberedelse:

Begrepet vinkel kan være utfordrende for elevene å forstå. Det kan med fordel introduseres for elevene med kroppen som utgangspunkt. Likedan begrepene hjørne, kant og flate, hvor elevene ofte bruker kant og hjørne om hverandre.

OPPGAVE

1. Start ved Kubikkmeterhuset
2. Snakk med elevene om egenskaper til former og at det er mulig å sortere former etter egenskaper. Sortering handler også om å sammenligne og se hva som er likt og ulikt. Ut fra sorteringskriteriene, blir former klassifisert som for eksempel trekanter. Trekanter må ha tre rette kanter, tre hjørner og en flate. Vinkelsummen er alltid 180 grader. Vi bruker navnet trekant for former som har noen felles egenskaper som passer innenfor denne gruppen.
3. La elevene få ei liste med egenskaper de kan lete etter og se om de kan finne i design på kubikkmeterhuset.
4. Nå kan du dele inn i grupper på to-fire. Hver gruppe tegner noen former fra designet og noterer egenskaper ved dem.
5. Let både utvendig og innvendig i Kubikkmeterhuset.
6. Kan elevene finne former med andre egenskaper enn det som står som forslag på arket?
7. Forsett inne for videre arbeid med oppgaven.

Her er noen forslag til egenskaper dere kan sortere etter. Former med:

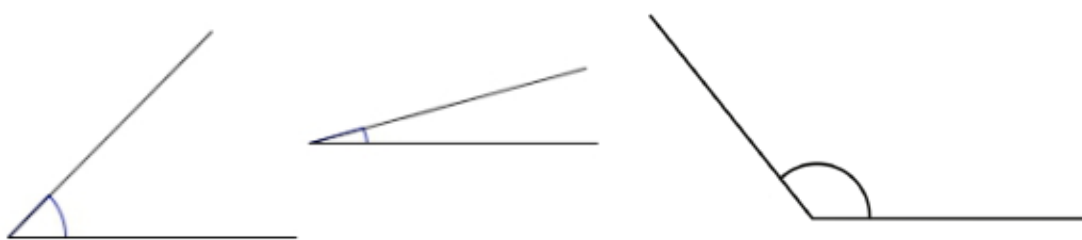
- rette sidekanter
- buede sidekanter
- en spiss vinkel
- en stump vinkel
- fem kanter
- et rett hjørne - 90 graders vinkel
- ingen rette hjørner (ingen 90 graders vinkel)
- sidekanter som er kortere enn 20 cm
- sidekanter som er lengre enn 5 dm
- både rette og buede kanter
- med en konkav vinkel
- ligner på en drage (som flyr i lufta)
- ligner på et hus?
- ikke har et bestemt navn
- speilsymmetriske former
- former med rotasjonssymmetri
- rare former
- strenge former
- regulære former
- irregulære former

OPPSUMMERING

Gjenta for elevene at målet med oppgaven er å gjenkjenne egenskaper ved former, spesielt med begrepene vinkel, kant og hjørne som utgangspunkt. Be elevene forklare hva egenskapene til en spiss og en stump vinkel er. Kan de forklare med ord og tegne en enkel figur hvor figuren har minst et hjørne med en spiss vinkel og et hjørne som har en stump vinkel.

Spiss vinkel: En vinkel som er mellom 0° og 90°

Stump vinkel: En vinkel som er mellom 90° og 180°



Repetér hva som er hjørne og kant til en figur. La deretter gruppene presentere hvilke former de har funnet fra arket.

Hver elev velger en form fra dem de har funnet og tegner dem på et ark (trenger ikke være riktig størrelse og heller ikke nøyaktig riktig form). Klipp ut formene og bruk dem til å sortere etter egenskaper. La elevene få komme med forslag til hvordan dere skal sortere formene. Hvis ikke elevene kommer med forslag om å sortere etter vinkel, kant og hjørne kan dette tas med etter hvert.

Diskuter med elevene at det fins mange måter å sortere former etter egenskaper på. Farger, størrelse, form, former som har et hull inni seg, ser ut som hus, og presiser at disse måtene å sortere på også er verdifulle for å gjenkjenne egenskaper til former og figurer. Relative begreper som store former, rare og strenge former er også verdifulle observasjoner når elever skal lære om geometri. Elevene kan ha mange gode forklaringer for hvorfor de tenker at en form er streng. «Jeg tenker at den er streng fordi den har et spisst hjørne», «Jeg tenker den er lett, fordi den er rund og ser ut som en ballong». Dette er interessante tanker og observasjoner elevene kan ha og som vil hjelpe dem med å gjenkjenne egenskaper ved former.

Et tips til en videreføring av oppgaven, kan være å sammenligne to og to figurer (det trenger ikke å være geometriske figurer) hvor dere ber elevene finne fem egenskaper som er like og fem som er ulike for hvert par. Eks: to fugler eller to blomster - se illustrasjon.



TREKANTVEGG

Trinn:	1.-4.
Mål:	Problemløsning, finne en systematisk måte å organisere/strukturere en oppgave på, argumentere og resonnere omkring løsninger
Begreper:	Kombinatorikk, logikk
Utstyr:	Kubikkmeterhuset, papir og blyant
Fra Fagfornyelsen:	
4.trinn:	
	<ul style="list-style-type: none"> • lage regneuttrykk til praktiske situasjoner og finne praktiske situasjoner som passer til oppgitte regneuttrykk

Introduksjon:

Hvor mange trekanter?

Å finne antallet er spennende, hvor mange klarer elevene? Hvordan skal det hele organiseres så trekantene kun telles én gang? Her må elevene vri hodet, samtidig som de finner en god måte å organisere funnene sine.



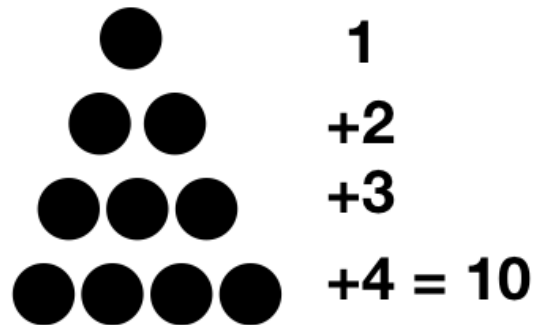
OPPGAVE 5 - HVOR MANGE TREKANTER?

Didaktikk:

Organisering for å lage et overbevisende argument er den viktigste delen av problemet. I matematikk må vi ofte dele vanskelige oppgaver i mindre deler som er lettere å løse. Det er kritisk å finne en fornuftig måte å dele oppgaven opp på, slik at vi kan holde orden på de forskjellige delene og vise at vi har tatt vare på alle delene.

I disse oppgavene fins det også interessante tall-mønstre. Tallene som er summen av en rekke heltall som begynner med 1 (f.eks. $1 + 2 + 3 + 4$) kalles "trekant-tall" fordi antallet kan organiseres som en trekant.

Trekant-tallene i en rekkefølge er: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, ...



Forberedelse:

Begrepet vinkel kan være utfordrende for elevene å forstå. Det kan med fordel introduseres for elevene med kroppen som utgangspunkt. Likedan begrepene hjørne, kant og flate, hvor elevene ofte bruker kant og hjørne og omvendt.

OPPGAVE

1. Presenter oppgaven: Hvor mange trekanter kan du finne i designet på trekantflaten
2. (trekantveggen)? Bevis at du har funnet alle.
3. Elevene jobber to og to. Gi dem god tid til å studere flater, tegne tegninger og utvikle
4. en måte å organisere arbeidet sitt på.
5. Elevene skal presentere løsninger og metoder for klassen.

OPPSUMMERING

Det fins 20 trekanter på flaten. En måte å bevise at det fins 20, er ved å dele oppgaven slik:

- a. Det fins 2 store trekanter på toppen og bunnen og mange flere i midten.
- b. De som er i midten har et felles punkt til høyre og kan deles i grupper etter "høyden" (tenk på høyden i vannrett retning).



2 store trekanter. Trekanter i midten i grupper med 3 forskjellige i høyden

- c. I hver av disse gruppene fins det 6 trekanter: 3 tynne trekanter, 2 middels store trekanter (laget av 2 tynne trekanter satt sammen) og 1 stor trekant (laget av 3 tynne trekanter satt sammen).
- d. Totalt antall trekanter er $2 + 6 + 6 + 6 = 20$.

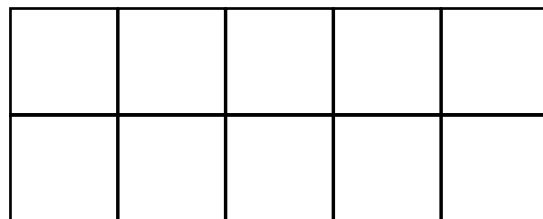
UTVIDELSE

1. Elevene kan lage sine egne design og oppgaver og dele med hverandre. Fortell elevene at det er lett å lage oppgaver som er for vanskelig og at det er litt av en "kunst" å lage oppgaver som ikke er for enkel og heller ikke for vanskelig.
2. Oppgaven "Stråleflate - trekant-jakt" kan gjøres for å fortsette med et mer utfordrende problem med de samme begrepene.
3. Her er flere oppgaver som du kan bruke i klasserommet for å sette fokus på tellestrategier.

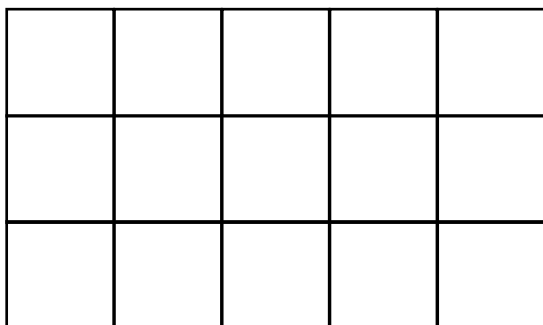
A.



B.



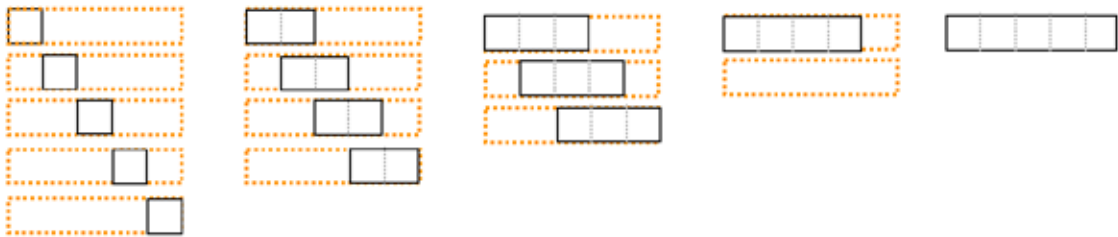
C.



- D. Hvor mange kvadrater finnes i et sjakkbrett?
E. Hvor mange rektangler finnes i et sjakkbrett?

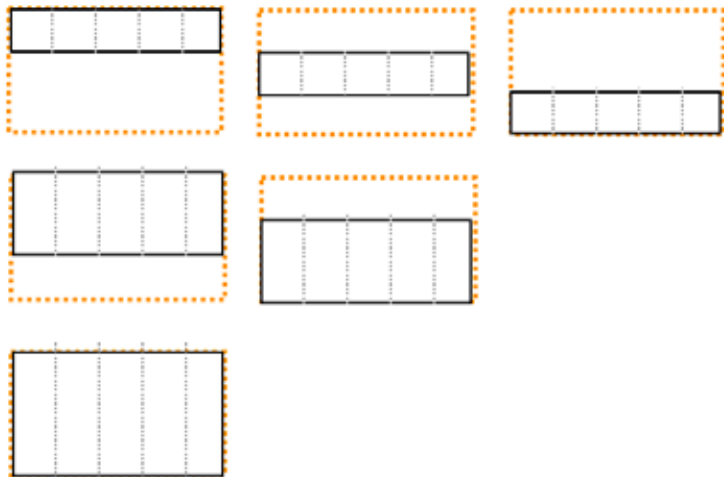
SVAR OG STRATEGIER

A. Del rektanglene i grupper etter breddene. Det fins 5 med bredden en enhet, 4 med bredden to, 3 med bredden tre, 2 med bredden fire og 1 med bredden 5. Totalt: 15 rektangler. (NB: de minste rektanglene er også kvadrater. Noen elever kan tenke at kvadrater ikke er rektangler, det er en vanlig misforståelse. Her er det en mulighet for å minne elevene på et rektangel er en firkant med 4 rette vinkler, derfor er et kvadrat også et rektangel.)



B. Bruk resultatene fra A. 15 rektangler i hver rad, og 15 rektangler med høyden 2 enheter. 45 til sammen.

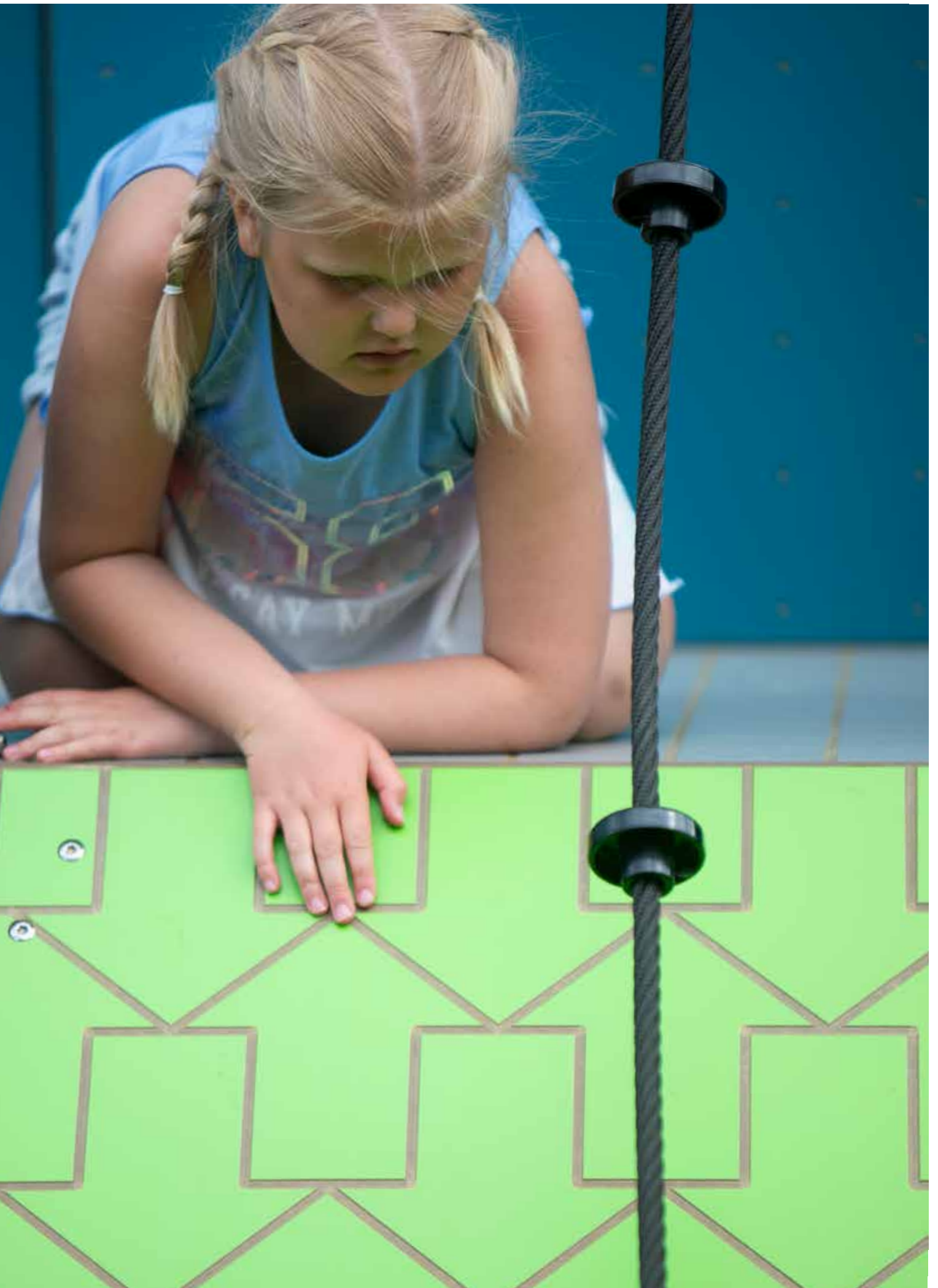
C. Interessant! Vi har 3 grupper med høyden 1, og hver gruppe har 15 rektangler. Vi har 2 grupper med høyden 2, hver med 15 rektangler. Og det er 1 gruppe med høyden 3, også med 15 rektangler. Da blir det $(1+2+3) \times 15 = 90$ rektangler.



det fins 15 rektangler i hver av disse 6 gruppene

D. I et sjakkbrett er det $1+2+3+4+5+6+7+8 = 28$ (i bredden), og $1+2+3+4+5+6+7+8 = 28$ (i lengden). (Hver gruppe med høyde 1 enhet har 28 rektangler og det fins 8 slike grupper. Hver gruppe med høyden 2 enheter har 28 rektangler og det fins 7 slike grupper. Det fins 6 grupper med høyden 3, 5 grupper med høyden 4, osv...) Til sammen blir det $28 \times 28 = 844$.

E. Med denne oppgaven kan du bruke en litt annerledes strategi. Det fins $8^2 = 64$ kvadrater som er 1×1 rute; $7^2 = 49$ kvadrater som er 2×2 ; $6^2 = 36$ kvadrater som er 3×3 , osv. Summen blir $8^2 + 7^2 + 6^2 + 5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 = 204$ kvadrater.



5. - 10. TRINN

Elevene får med disse oppgavene vist og utviklet kompetanse når de bruker kunnskap og ferdigheter til å utforske, formulere og løse problemer som er knyttet til praktiske situasjoner, slik det beskrives fra Utdanningsdirektoratet. Videre får de vist og utviklet kompetanse i matematikk når de resonnerer over og argumenterer for løsninger og matematiske sammenhenger.



SIRKELVEGG

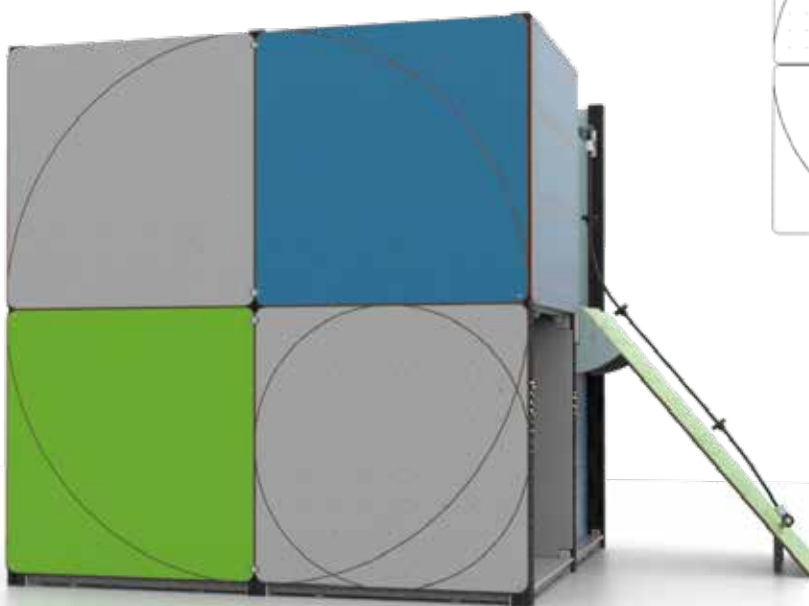
Trinn:	5.-10.
Mål:	lære om sirkelens omkrets
Begreper:	lengde- og arealmåling, π , skalering.
Utstyr:	Papir og blyant, desimeter-staver (eller kvadratiske desimeterflater), en fleksibel meterstokk.
Fra Fagfornyelsen:	
6.trinn	
	<ul style="list-style-type: none"> måle radius, diameter og omkrins i sirklar og utforske og argumentere for sammenhengen

Introduksjon:

Kubikkmeterhus - Sirkelvegg

De to sirklene på denne sideflaten kan brukes til måling av sirkelens omkrets og areal. Oppgave 1 og 2 kan gjøres sammen eller separat. Dersom dere gjør begge oppgavene, kan dere sammenligne de

ulike måtene π (ca. 3,14) forekommer i både lengde- og arealmålinger. π er lett å misforstå, spesielt om elevene pigger formler som bruker π utenat, det er lettere å forstå sammenhenger med fysiske modeller og målingsbegreper.



OPPGAVE 6 - SIRKELENS OMKRETS

Didaktikk:

Omkrets er et begrep elevene sjelden bruker i hverdagslivet. Derfor er det viktig å jobbe med fysiske modeller for og skape forståelse og dybde i begreper. Formler som bruker π , som omkrets og areal av sirkler, er lett å blande sammen og misforstå. Ved å koble formlene til en fysisk modell, vil det bli lettere for elevene å huske, og bruke, riktig formel og fremgangsmåte.

Forberedelse:

Elevene kan bruke desimeter-staver, som kan bli 10-staver fra et sett base-10 materiell, eller en stav laget av fem klikkbare multilink-kuber (2 x 2 x 2 cm).

Hvis du ikke har denne slags konkretiseringsutstyr, kan elevene lage sine egne desimeterstaver ved å rulle et A4 ark til en tett sylinder, teipe sammen, og så klippe papiret til nøyaktig 10 cm. Da kan de tegne linjer på staven for å dele i centimeter lengder.

OPPGAVE

1. Samle elevene ved sirkelveggen. Sikre at elevene er kjent med begrepet "omkrets" ved å spørre dem hva omkretsen til en av kvadratmeter-platene på veggen er.
2. Diskuter omkretsen i forhold til meter, dm og cm. Ved bruk av meterstokken kan du vise at omkretsen til en av platene er 4 meter.
3. Likedan kan du bruke en desimeter-stav for å vise at omkretsen er 40 dm. Hvor mange centimeter er det rundt omkretsen til platen? (400)
4. Be elevene om å gjøre et overslag over omkretsen til sirklene.
5. Del elevene inn i grupper.
6. Gruppene skal finne omkretsen til begge sirklene, både den store og den lille. De skal også finne ut hvor mange ganger større omkretsen til den store er ift til den lille.

Elevene kan bruke desimeter-staver for å måle rundt sirklene.

Tips:

Gå på jakt etter sirkler i ulike størrelser og bruk målebåndet til å måle omkretsen og diameteren av sirklene. Dette er en aktivitet du kan gjøre både ute og inne. Finn sykkelhjul, kumlokk, trillebårhjul, bunnen av ei bøtte eller en tallerken som har form som en sirkel osv... mål sirklens omkrets og diameter og noter resultatene. Elevene kan komme til å bli veldig overrasket når de ser at uansett størrelse på sirkelen og sammenligner med diameteren, finner forholdet mellom dem, så vil svaret alltid ligge rundt 3+litt til!

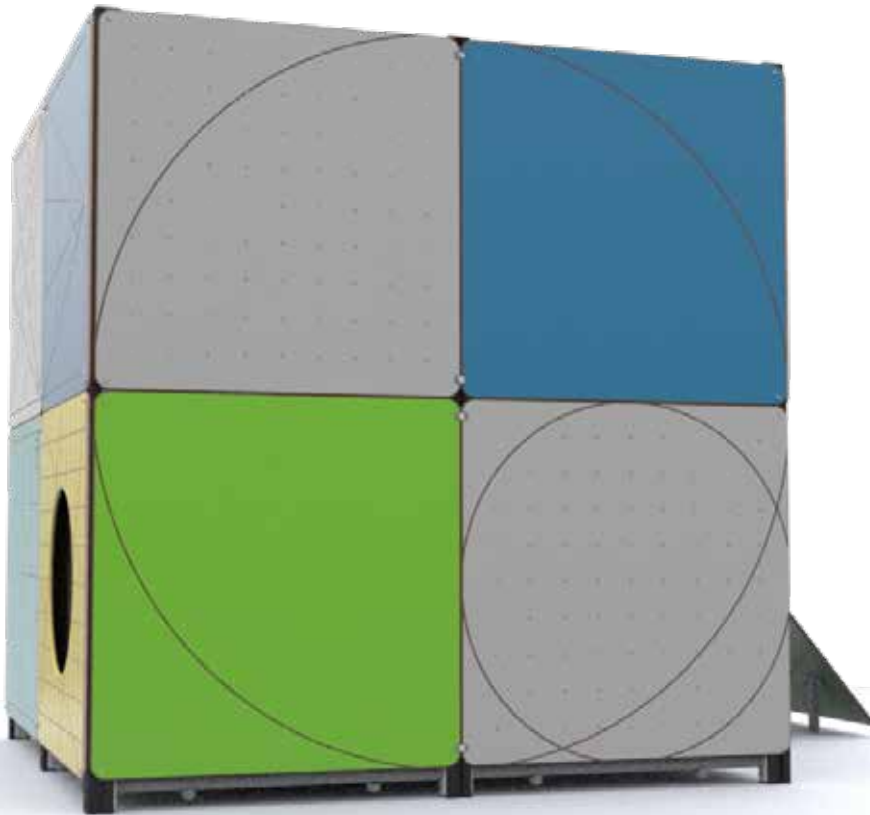
LØSNING

Gjenta for elevene at den lille sirkelen har omkrets cirka 314 cm, 31,4 dm eller 3,14 meter. Bruk en meterstokk og vis at diameteren er nøyaktig 1 meter. Be 2 elever om å bøye meterstokken langs kanten av sirkelen og bruk den for å telle hvor mange ganger meteren går rundt sirkelen.

Fremhev at omkretsen er 3,14 diameter. Dette er et nøkkelbegrep i sammenheng med sirkelmåling. Omkretsen til en sirkel er π ganger diameteren.

Den store sirkelen har omkrets 628 cm = 62,8 dm = 6,28 m. Sjekk at omkretsen til den store sirkelen også er 3,14 ganger så lang som diameteren.

Omkretsen til den store sirkelen er 2 ganger så lang som omkretsen til den lille sirkelen. Når en form er skalert n ganger, er alle lineære målinger også skalert n ganger. (Alle todimensjonale målinger, som areal, er skalert n^2 ganger og alle volum-målinger er skalert n^3 ganger.)



OPPGAVE 7 - AREAL

Didaktikk:

Elever tenker ofte på arealet av en sirkel bare i forhold til formelen $A=\pi r^2$. De kan utvikle en mye rikere forståelse for arealet av sirkler (og arealebegrepet generelt) hvis de kan koble målinger med ideen om å fylle formen med kvadratiske enheter og hva dette betyr ift. formlene.

Pi er ofte beskrevet som forholdet mellom en sirkels diameter og omkretsen. Det er interessant og verdifullt å vite at pi også er forholdet mellom arealene: arealet av en sirkel er lik 3,14 ganger arealet av et kvadrat med sidelengde lik radius.

Forberedelse:

Elevene kan bruke desimeter-staver, som kan bli 10-staver fra et sett base-10 materiell, eller en stav laget av fem klikkbare multilink-kuber ($2 \times 2 \times 2$ cm).

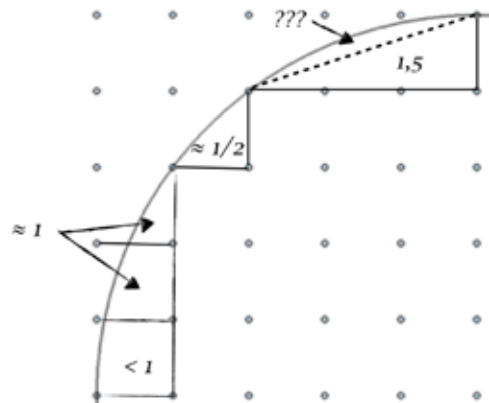
Hvis du ikke har denne slags konkretiseringsutstyr, kan elevene lage sine egne desimeterstaver ved å rulle et A4 ark til en tett sylinder, teipe sammen, og så klippe papiret til nøyaktig 10 cm. Da kan de tegne linjer på staven for å dele i centimeter lengder.

OPPGAVE

1. Start med å samle elevene ved sirkelveggen.
2. Vis hvordan en kvadrat desimeter-blokk dekker en rute i "prikkmønsteret" på veggen.
3. Be elevene om å finne ut hvor mange kvadratdesimeter som trengs for å dekke hver av sirklene.

Tips: Elevene kan jobbe med 1/4 sirkel om gangen, da kan mange elever jobbe samtidig.

Gjør sirkelarket tilgjengelig. Det er lett å telle opp hele ruter inne i sirkelen. Rutene langs sirkelperiferien som ikke er hele ruter, kan elevene forsøke å sette sammen og lage områder som er ca 1 dm². Se eksempel i illustrasjonen.



LØSNING

Presenter løsningsforslag og diskuter og reflekter over dette med elevene.

A. Stor sirkel.

Den store sirkelen inneholder ca. 314 dm^2 .

Sammenlign arealet $3,14 \text{ m}^2$ med en av platene på veggen som er 1 m^2 . Vis at dette kvadratet har sidelengde lik radius til sirkelen, og at sirkelen har et areal som er 3,14 ganger arealet til dette kvadrat. Dette er en nyttig måte å finne arealet av en sirkel på. Arealet til et kvadrat, med en sidelengde som er like lang som radius, ganger π ($\approx 3,14$), gir arealet til sirkelen.

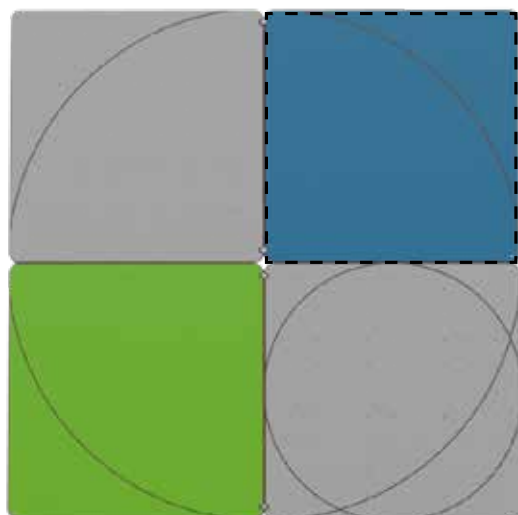
Spørsmål til elevene:

1. Kan dere se en sammenheng mellom sirkelens areal og π ?

Svar: $\pi \approx 3,14$ Arealet er $100\pi \text{ dm}^2$

2. Hva er arealet til sirkelen i m^2 ?

Svar: $\pi \approx 3,14 \text{ m}^2$



Hvor mange m^2 fyller sirkelen?
 $3,14 \text{ m}^2 = \pi$

B. Liten sirkel.

Arealet av den lille sirkelen er cirka $78,5 \text{ dm}^2$ eller $0,78 \text{ m}^2$. Den lille sirkelen har $1/4$ av arealet til den store sirkelen.

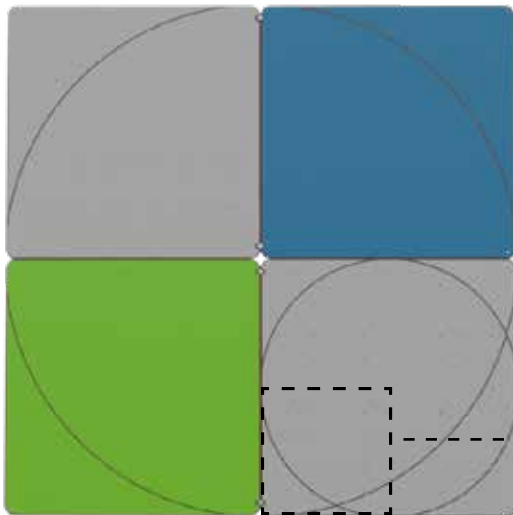
Skalering:

Når en form er skalert etter en faktor av n , endres alle to-dimensjonale målinger (slik som areal) etter en faktor av n^2 . Den minste sirkelen, som har halve diameteren av den store, har et areal som er $(1/2)^2 = 1/4$ av arealet til den store sirkelen.

Tenk et kvadrat med sidelengde som er lik radius til den minste sirkelen (se illustrasjon). Hvor mange av disse kvadratene kan fylle den lille sirkelen? Det skal også være ca. 3,14 av disse kvadratene.

Sjekk ved å finne arealet av kvadratet. Det er 25 dm^2 . $25 \times 3,14 = 78,5$... Det samme som de fant ved å telle dm^2 .

Det er lett å se at dette kvadrat har arealet som er en firedel av 1 m^2 (siden 4 av disse kvadratene dekker 1 m^2). Siden 3,14 av disse kvadratene fyller sirkelen, blir arealet $1/4 \text{ m}^2 \times 3,14 = 0,785 \text{ m}^2$.



Hvor mange av disse kvadratene fyller den lille sirkelen?

PILJAKT

Trinn: 5.-10.

Mål: Finn en systematisk måte å organisere arbeidet på

Begreper: Konkav, piler, struktur og systematisering

Utstyr: Papir og blyant

Fra Fagfornyelsen:

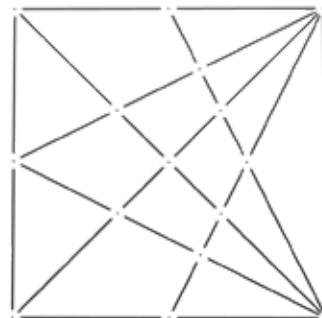
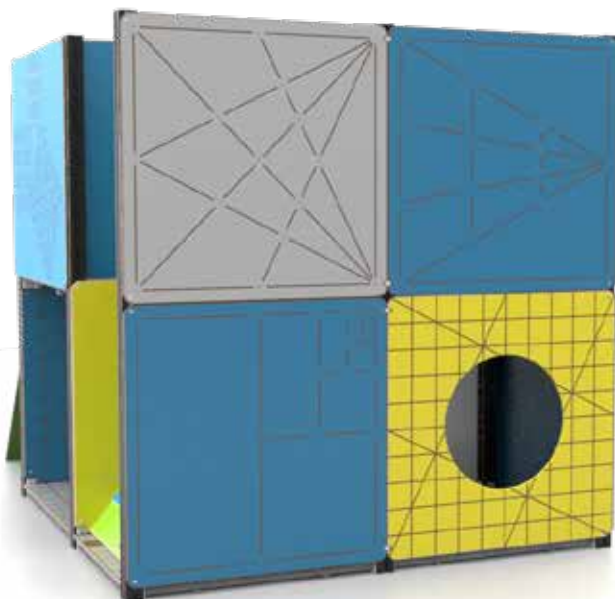
4.trinn

- utforske, beskrive og samanlikne eigenskapar ved to- og tredimensjonale figurar ved å bruke vinklar, kantar og hjørne

Introduksjon:

Kubikkmeterhus - Stråleflate

Det dannes mange piler på stråleflatene på kubikkmeterhuset. Pilene har ulik størrelse, vinkler, og form. Stråleflaten gir en fin arena for å lære elevene om konkav form.



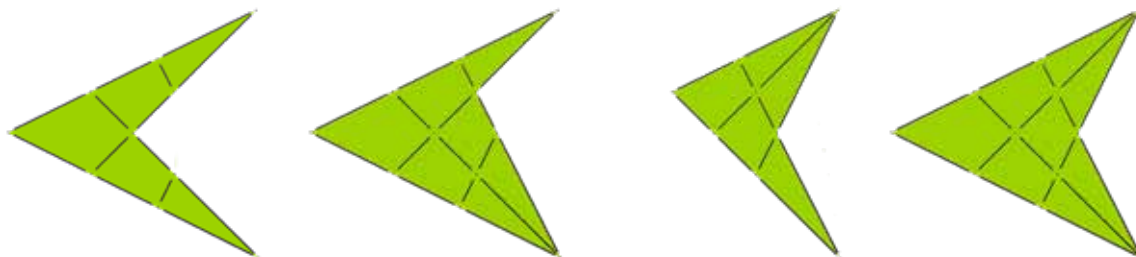
OPPGAVE 8 - PILJAKT

Didaktikk:

Det er viktig at elevene organiserer løsninger på en systematisk måte, slik at de kan være sikker på at de har funnet alle. Utvikling av en systematisk metode er den viktigste delen av oppgaven og et kjerneelement for matematikklæring. Matematikk handler om struktur, mønster og sammenhenger!

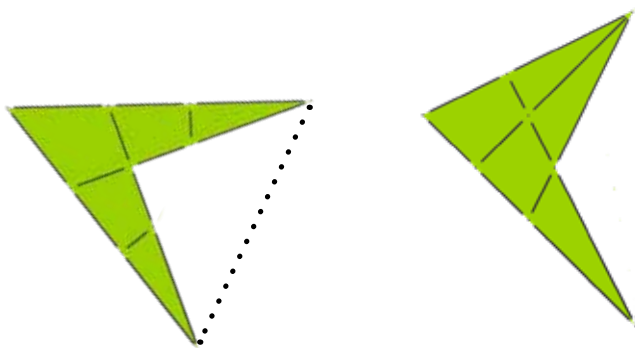
Forbredelse:

Start med å vise frem flere konkave firkanter. Konkave firkanter kalles "piler" og har en form litt som et jettfly med en spiss, to vinger og et hjørne som peker innover.



Diskuter begrepet "konkav". Dette er et begrep som er lett å gjenkjenne, men utfordrende for elevene å definere. Elever sier ofte at en figur er konkav hvis den har et hjørne som "peker innover", noe som er en helt ok, uformell definisjon.

For å definere begrepet konkav mer presist, kan vi si at en mangekant er konkav hvis du kan tegne et linjestykke mellom to hjørner som er utenfor figuren (figur 1). Ellers kan du si at en konkav mangekant har minst en innvendig vinkel som er større enn 180° (figur 2).



OPPGAVE

1. Samle elevene ved stråleflateveggen. Spør dem om de kan finne noen piler i designet. Det kan være utfordrende å finne dem til å begynne med, men når det først løsner, kan det godt hende at elevene finner mange.
2. Hvor mange forskjellige piler finner dere i designet? Finn en systematisk måte for å strukturere oppgaven.
3. Be elevene forklare for hverandre hvordan de vet at de har funnet alle pilene.

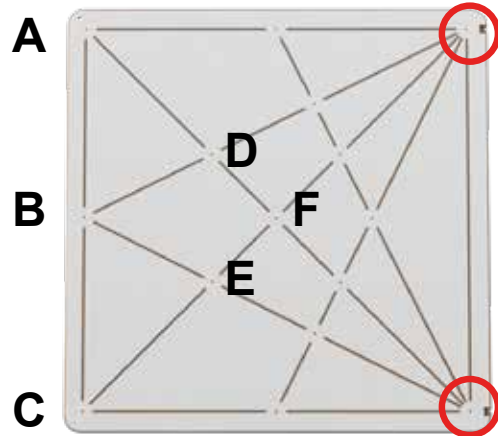
Tips: Hvis elever har for snevre begreper om firkanter, kan de ha en misoppfatning av at firkanter ikke kan ha et hjørne som peker innover. Det er derfor viktig å synliggjøre dette for elevene ved å presentere dem for mange ulike firkanter, både konkave og konvekse. Det handler om å skape dybde i begreper, slik at elevene ikke bare lærer seg navnet på en form utenat, men gjenkjenner egenskaper knyttet til definisjoner av formen.



LØSNING

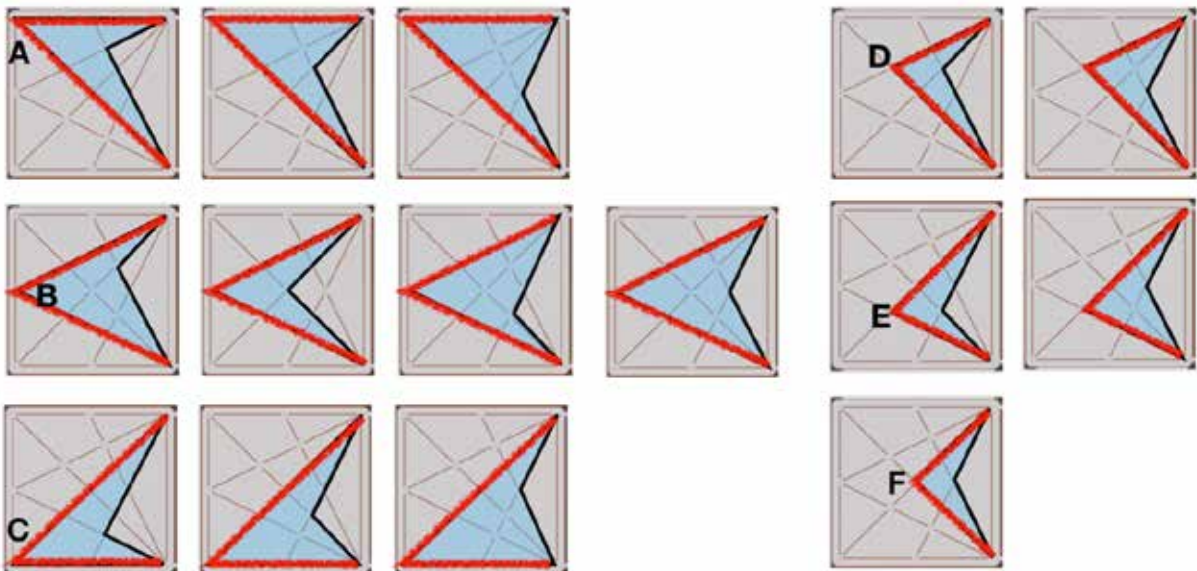
Det er mange måter å organisere løsninger på. Diskuter og sammenlign de forskjellige strategiene som elevene foreslår.

Etter litt utforsking vil dere kanskje oppdage at alle pilene må ha to hjørner (vinger) som er hjørner i kvadratet, markert med røde ringe i figuren nedenfor.



Et tredje hjørne som blir "nesen" eller "spissen" av pilen kan være på en av punktene markert A-F i figuren. "Nesen" kan ikke ligge på de andre punktene for da blir det ingen plass for det fjerde hjørnet.

Det er 6 forskjellige grupper som kan utforskes. I bildet markerer de røde linjestykkene startpunktene i hjørnene og hver av disse 6 mulighetene for neser, A-F. Ved å plassere fjerde hjørnet på alle mulige punkter mellom disse to røde linjestykkene kan vi finne alle pilene.



STRÅLEFLATE

Trinn: 5.-10.
Mål: Problemløsning ved bruk av forskjellige matematiske innfallsvinkler
Begreper:
Utstyr: Papir og blyant

Fra Fagfornyelsen:

6. trinn

- bruke ulike strategiar for å rekne ut areal og omkrins og utforske samanhengar mellom desse.

9. trinn

- utforske eigenskapane ved ulike polygonar og forklare omgrepa formlikskap og kongruens utforske, beskrive og argumentere



OPPGAVE 9 - AREAL OG PROBLEMLØSING

Didaktikk:

Denne problemløsningsoppgaven gir mange muligheter, slik at elevene kan bruke begreper fra ulike områder innen matematikk. Ved å gi elevene muligheten til å øve på de forskjellige fremgangsmåtene som er presentert, får de trening i å se flere måter å komme frem til løsningen på. Gi dem flere lignende oppgaver hvor de kan prøve ut måter og innfallsvinkler som de ikke anvendte selv ved å løse den første oppgaven.

OPPGAVE

1. Samle elevene ved stråleflateveggen og be dem om å finne noen trekanter.
2. Spør om de kan bestemme arealet til noen av disse trekantene uten å måle.
3. La dem diskutere i små grupper. Hver gruppe presenterer en løsning.

Her er noen trekanter som det er lett å finne arealene av ved å bruke enkelte geometriske begreper:



0,5 m²



0,25 m²



0,25 m²



0,25 m²

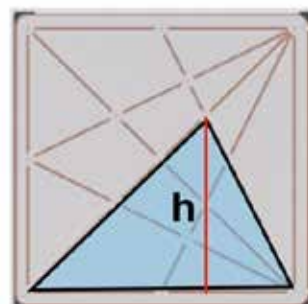


0,125 m²

Det er mange måter å finne disse arealene på. Den enkleste er kanskje å tenke på arealene som en brøk av det hele. Trekantformelen kan også brukes:

$$A = 1/2 * b * h$$

4. Finn arealene til noen trekanter som ikke er så lett å finne arealet av. Dette er et eksempel på en trekant dere kan begynne med:



h = ?

LØSNING

Elevene presenterer sine løsninger til klassen. Forhåpentligvis har klassen funnet flere forskjellige måter å løse oppgaven på.

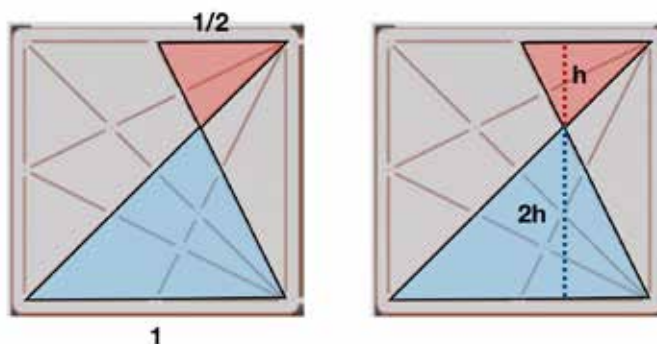
Denne trekanten har arealet $1/3$ m². Her er noen forslag til en måte å løse oppgaven på:

Med geometri:

Sammenlign disse to trekantene. Vinklene blir de samme fordi topp- og bunnlinjer er parallelle. Trekantene er formlike. Siden lengdene i basene er i forholdet 2:1, vil alle andre lineære målinger blir i forholdet 2:1.

Den store trekanten har da en høyde som er 2 ganger så høy som den lille trekanten.

Til sammen er de en meter. $h + 2h = 1$, da blir høyden til den store trekanten $2/3$.

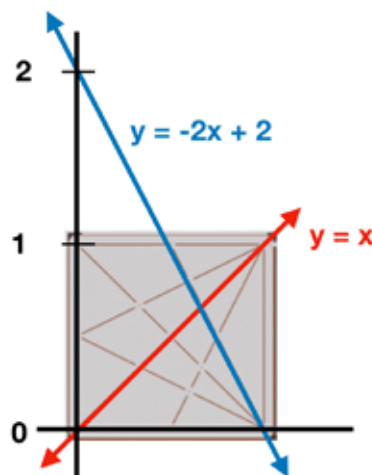


Med koordinater:

Tegn akser med origo i nederst venstre hjørnet av designet. Topp-punktet til trekanten ligger i skjæringspunktet av to linjer med likninger nedenfor.

$$y = x \text{ og } y = -2x + 2$$

Løs systemet for å finne $\{x, y\} = \{2/3, 2/3\}$. Da har trekanten høyden $2/3$ meter og areal $1/3$ m².



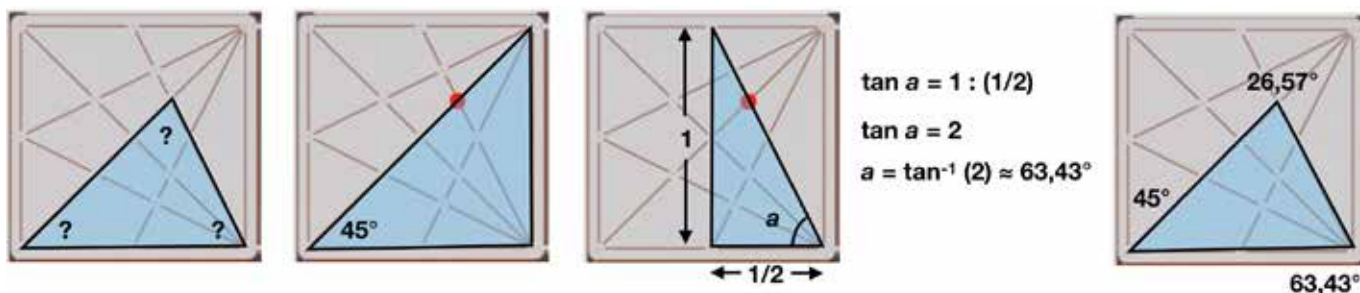
Med trigonometri:

Kort beskrivelse av en måte: Finn vinklene til trekanten ved å tegne en rettvinklet trekant som er lett å finne sidelengdene til. Venstre vinkel ser du lett at er 45°. Høyre vinkel kan finnes med tangens-funksjonen på den 1:(1/2) rettvinklede trekanten som vist. Da kan den tredje vinkelen finnes fra summen av vinklene som er 180°.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Arealet kan finnes ved bruk av sinusloven for å finne en sidelengde til:

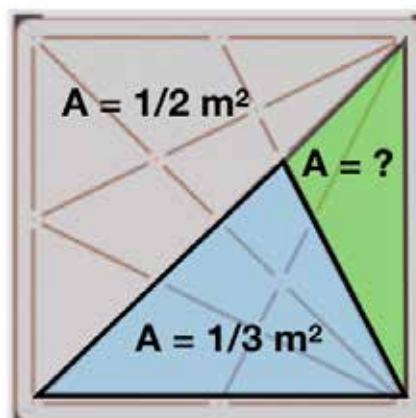
og da kan du bruke denne trekant arealformelen: $A = 1/2 \times b \times c \times \sin(A)$.



Oppsummering og refleksjon

Sammenlign forskjellige måter å finne løsninger på. Hva er fordeler og ulemper med de forskjellige måtene? For eksempel, den geometriske måten er ganske enkel, men kanskje vanskelig å finne, og den avhenger av å finne formlike trekanter. Koordinater og likninger til linjer er litt mer komplisert, men kanskje mer fleksibel og kan brukes i mange sammenhenger.

Arealet av denne trekanten kan brukes for å finne de andre arealene. For eksempel, arealet til den grønne trekanten i illustrasjonen nedenfor kan lett finnes ved å finne arealet utenfor denne trekanten og trekke bort fra 1 m².



Be elevene om å finne noen andre arealer ved å bruke de forskjellige måtene som er presentert.

MÅLJAKT MED VOLUM

Trinn: 5.-10.
Mål: Finn en systematisk måte å organisere arbeidet på
Begreper: volum, cm^3 , dm^3 , m^3
Utstyr: Maler for cm^3 , dm^3 og m^3 , papir og blyant, plastpose, litermål

Fra Fagfornyelsen:

9. trinn

- utforske og argumentere for formlar for areal og volum av tredimensjonale figurar

For å kunne lære om formler for volum, må du ha en forståelse for måleenheter som handler om volum. Denne aktiviteten kan gjerne gjøres tidlig og gjentas mange ganger. På denne måten vil begrepene modnes og feste seg bedre etter hvert.

Introduksjon:

Hva er en kubikkmeter? Hvor stor er en kubikkmeter sammenlignet med en kubikkdesimeter? Hvorfor er det viktig å ha en forståelse for rom?

I denne oppgaven får elevene oppleve volum, størrelsesforhold, og sammenligninger mellom dem..



OPPGAVE 10 - VOLUM

Didaktikk:

Kubikkmeterhuset har en stram, matematisk form bestående av flere kubikkmeter satt sammen til 8 m^3 . Når elevene beveger seg i huset, leker i det eller bare oppholder seg der, vil de kunne erfare størrelsen av kubikkmeter fysisk. Ved å sette dette i sammenheng med cm^3 og dm^3 , vil elevene kunne få mange praktiske og fysiske erfaringer med størrelser for volum. De vil kunne stable cm^3 og dm^3 og se at de trenger mange cm^3 bare for å fylle opp et bitte lite hjørne av modellen... og hvis de ønsker å fylle opp hele kubikkmeterhuset med cm^3 , trenger de 8 millioner cm^3 !

Kubikkmeterhuset er designet for matematikklæring, det er et konkretiseringsutstyr, fordi det er utendørs og stort. Det er stort nok til at elevene kan få en fysisk følelse for begreper og størrelser de ikke vanligvis har så mye erfaring med. Elever trenger mange erfaringer praktisk og fysisk for å forstå størrelser, sammenhengen mellom dem og kunne anvende dem. En viktig kobling skjer når praktiske erfaringer knyttes opp mot teori og skriftliggjøring.

Forberedelse:

La elevene få en forståelse av volum i mindre format, før de tas med ut til kubikkmeterhuset. Finn et sted hvor dere kan bruke vann, sand, snø eller lignende. Bruk en plastpose og et litermål. La en elev starte med å fylle litt vann i posen (en ukjent mengde). Be elevene gjette hvor mye vann det er i posen. Noter forslagene. Sjekk deretter ved å tømme over i litermålet. Var det noen som gjettet riktig?

Gjenta øvelsen med mye og lite vann i posen. Når elevene har begynt å bli trygge på hvor mye omtrent det kan være, er det tid for å gå videre. Ta frem en stor pose eller en søppelsekk. Hvor mye vann tror elevene det går i denne? ...



OPPGAVE

Gå ut til Kubikkmeterhuset.

1. Hvor mange liter går det i en kubikkmeter i huset?
2. Sett en plastpose med en liter vann i et hjørne et sted i huset, slik at elevene kan erfare hvor forsvinnende lite en liter vann er i forhold til en hel m^3 .
3. Etter å ha gjort mange oppgaver med liter og sammenlignet med m^3 er det fint å fortsette med en oppgave som for eksempel «Hvor mange liter vann fins i froskedammen like ved skolen?» Dette er kun et eksempel på et volum som kan være vanskelig å finne et fasitsvar på, og hvor det er mange måter å argumentere og resonnerer omkring oppgaven og reflektere over hva som sannsynligvis er den beste tilnærmingen.
4. Se dere rundt og finn noe dere kan bruke på stedet. Det kan være hvor mye sand er det i sandkassen, hvor mye vann i søledammen, det aller beste er om elevene selv kan komme med forslag til hva de vil forsøke å finne svaret på.

Tips 1: Hvis elevene kun lærer at når de skal gjøre om fra cm^3 til dm^3 , så kan de legge til tre nuller, eller andre veien stryke ut tre nuller, så er det vanskelig for eleven å bygge opp en forståelse for hva som skjer, og det kan bli vanskelig å anvende det de lærer!

Tips 2: Bygg en dm^3 og en m^3 i snø eller med pinner og lignende. Når elevene skal bygge en m^3 av snø, vil de raskt erfare størrelsen m^3 "på kroppen", det tar lang tid å bygge en m^3 av snø!

Bruk vann og sand og annet som fins tilgjengelig som dere kan bruke for å måle med ulike måleenheter for volum og bruk begrepene så ofte som mulig.

LØSNING

Be elevene skrive (enkeltvis) med egne ord det de kan, vet og tenker på når de hører ordet volum. Be dem tenke på det de har hørt og lært i denne økta og det de tenker på og har kjennskap til fra andre erfaringer. Gi elevene god tid. (Mange elever tenker for eksempel på volum som lyd!).

Snakk med elevene om at når vi måler volum, handler det ikke bare om en lengde og en bredde, men også en høyde. Det er tre dimensjoner!

Reflekter sammen med elevene over målinger av volum og måleenheter for volum. Be elevene om å reflektere over dette selv, skrive ned sine tanker og ideer og lese dem opp for klassen. Er det noen av elevene som nevner at når vi gjør om fra en enhet til en annen for volum, så må du multiplisere med 1000?

Gode spørsmål:

- Hvor mange elever passer inn i en m^3 ?
- Hvor mange liter brus får plass i en m^3 ? (Lurespørsmål som kan brukes til å sjekke om elevene har forstått sammenhengen og begrepene)
- Hvor mye veier vann som kan fylle et kubikkmeterrom? (En liter vann veier 1 kg, da veier vannet 1000 kg = et metrisk tonn).



KUBIKKMETER-ROM

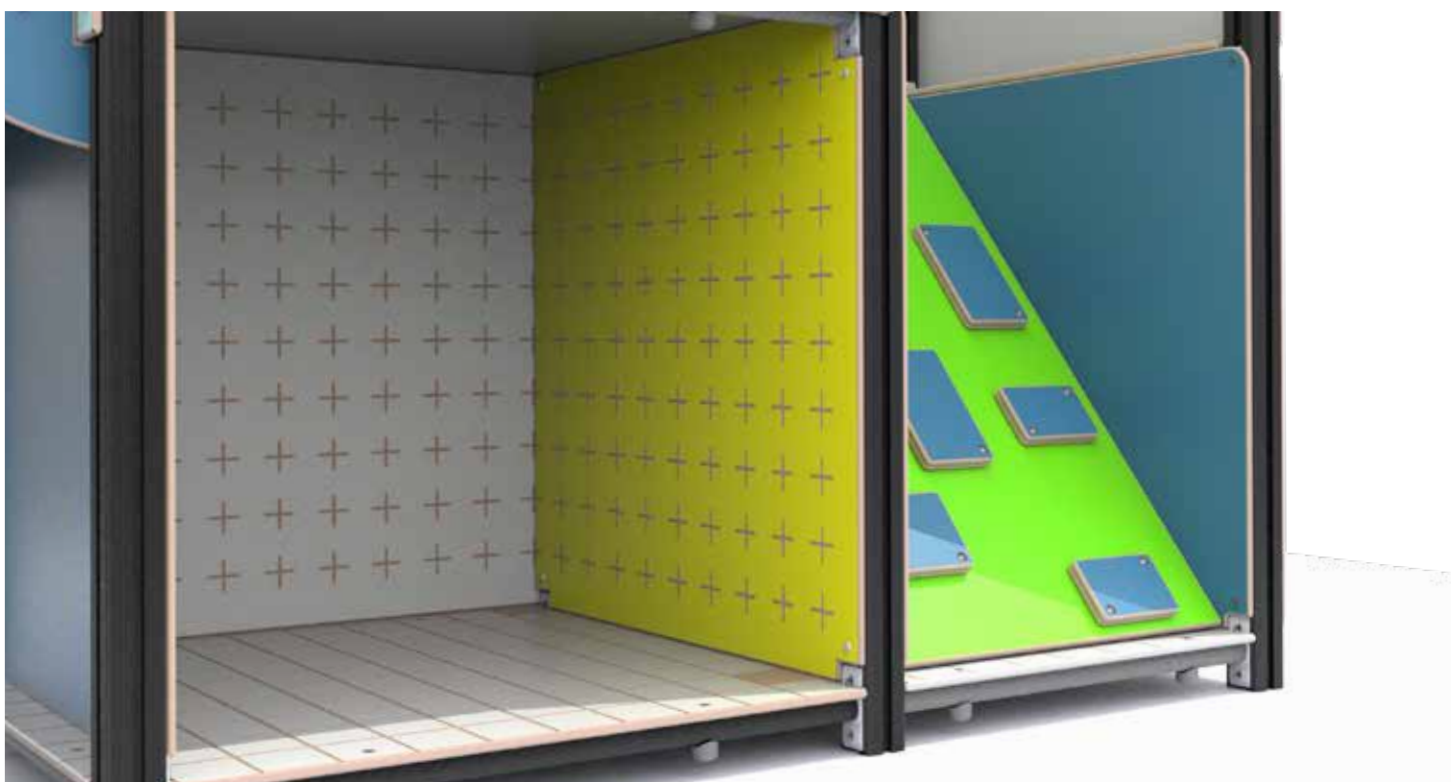
Trinn:	5.-10.
Mål:	Lære om volum og måleenheter for volum
Begreper:	volum, liter, vekt
Utstyr:	Papir og blyant, kubikkdesimeter kube, måleband, linjal, litermål
Fra Fagfornyelsen:	
9. trinn	
•	utforske og argumentere for formlar for areal og volum av tredimensjonale figurar

Introduksjon:

Hvor mange elever?

En praktisk oppgave hvor elevene får oppleve kubikkmeteren, hvor mange mennesker rommer dette volumet? Hvor mange andre gjenstander kan få plass? Dette er en fin oppgave for å få forståelse

for volum. Elevene kan oversette dette til arbeidslivet, og for eksempel få en forståelse av hvordan shipping fungerer, og hvor stort volum som trengs for å sende varer.



OPPGAVE 11 - HVOR MANGE ELEVER?

Didaktikk:

Overgang mellom enheter for volum er vanskelig for elever. Å ha en fysisk modell av 1 m^3 hjelper elevene med å visualisere størrelsen og hvor mange dm^3 og cm^3 som trengs for å fylle opp hverandre. Da er det viktig å gi dem flere lignende oppgaver hvor de kan prøve ut måter og innfallsvinkler som de ikke anvendte selv ved å løse den første oppgaven.

Forberedelse:

Finn et sted hvor dere kan bruke vann, sand, snø eller lignende. Bruk en plastpose og et litermål. La en elev starte med å fylle litt vann i posen (en ukjent mengde). Be elevene gjette hvor mye vann det er i posen. Noter forslagene. Sjekk deretter ved å tømme over i litermålet. Var det noen som gjettet riktig?

Gjenta øvelsen med mye og lite vann i posen. Når elevene har begynt å bli trygge på hvor mye omtrent det kan være, er det tid for å gå videre. Ta frem en stor pose eller en søppelsekk. Hvor mye vann tror elevene det går i denne?

OPPGAVE

Del 1

Samle elevene ved kubikkmeter-rommet. Spør dem hvor mange elever de tror kan passe i en kubikkmeter. Be elevene om å forklare hvordan de ressonerer.

1. La elevene sette seg inn i rommet. Tell opp hvor mange elever som fikk plass.
2. Spør hvor mange de tror kunne passe i rommet dersom det var ikke var noe mellomrom. Dette skal de finne ut!
3. Forklar at de nå skal løse problemer i tilknytning til den erfaringen de har gjort med å prøve å få plass til så mange som mulig og at det er nytting å tenke om vol ift liter
4. Vis frem kubikkdesimeter-kuben. Den har målene $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$, og har volumet 1 liter. Gjør kuben tilgjengelig mens de jobber med oppgavene.

Diskusjon

Diskuter svarene. Notater:

1. Dette oppdaget klassen ved å prøve.
2. Vis hvordan 10 kubikkdesimeter kuber (liter) kan legges etter hverandre på en rad langs kanten av kubikkmeter-rommet.
Hvor mange kan legges på gulvet for å dekke gulvet? Svar: 100.
Hvor mange lag trengs det for å fylle kuberen? 10.
 $10 \times 10 \times 10 = 1000$ kubikkdesimeter kuber fyller kubikkmeter-rommet, volumet blir 1000 liter.
3. Svarene vil variere ut fra hva gruppa vil si er gjennomsnittlig vekt for en elev. Regningen er enkel, en elev som veier 40 kg har volumet ca. 40 liter.
4. Gang antall elever med gjennomsnittlig volum, f.eks. 15 elever \times 40 liter/elev = 600 liter.
5. $V = \text{Volum av elevene}$. Da blir formelen $V : 1000 \text{ liter} \times 100\% = \text{prosent av rommet som var fylt}$.
6. Teoretisk maksimalt antall er 1000 liter / gjennomsnittlig volum til en elev.

Del 2

Ved bruk av sine data, kan elevene nå regne ut hvor mange elever de kan få plass til i forskjellige rom. Spør om elevene har forslag til noen situasjoner hvor slike beregninger kan bli nyttig eller morsomt.

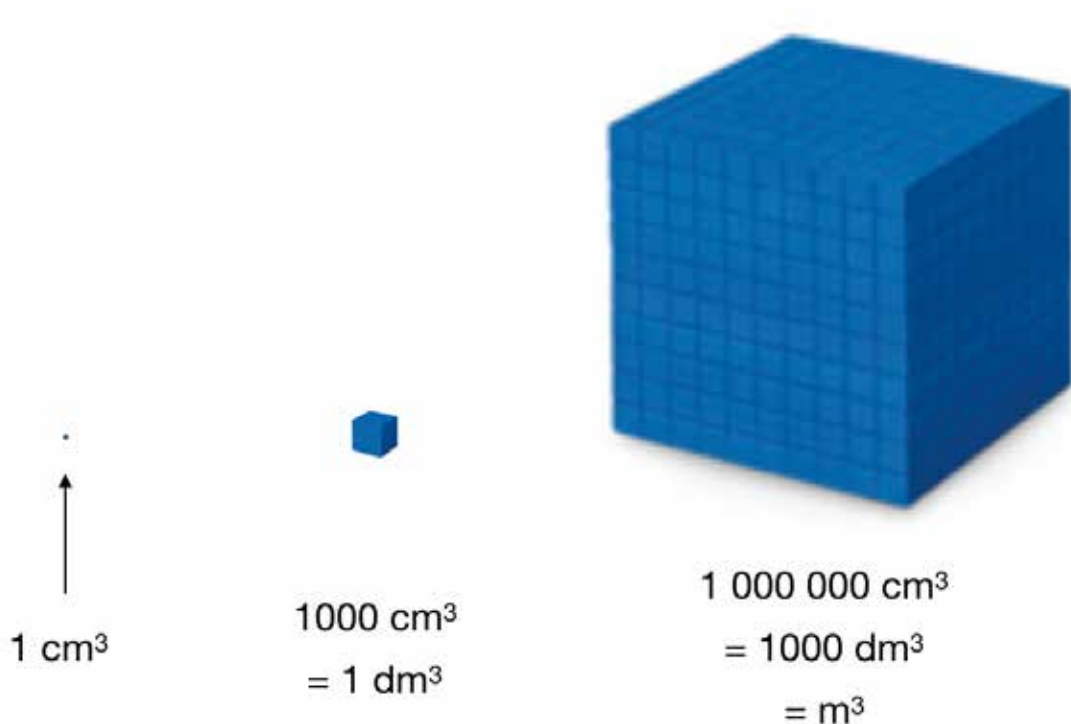
F.eks: hvor mange elever kan passer i en heis, i klasserommet, i en bil, i en søppelcontainer, osv.

Gi elevene målebånd. Elevene skal finne sine egne rom og regne ut hvor mange elever de kan få plass til, både praktisk og teoretisk.

LØSNING

Diskuter flere forskjellige beregninger, med fokus på volum i m^3 og liter. Ta vare på enheter. Når lineære målinger er gjort i meter, er det lett å regne m^3 ; et rom som er 3 m x 3m x 2 m har volumet $18 m^3$, f.eks. Om målinger er gjort i dm, skal svarene bli i dm^3 (som også er det samme som liter).

Om målinger er gjort i cm, blir svarene i cm^3 . Hvor mange cm^3 fyller en liter? (1000.) Hvor mange cm^3 fyller en m^3 ? ($1000 \times 1000 = 1\,000\,000$) Bruk desimeter-kuben for å vise forskjellen på $1 cm^3$ og $1 dm^3$... $1000 cm^3$ til sammen blir $1 dm^3$. Elever kan tenke på desimeter-kuben som en liten modell av kubikkmeter-rommet. Hver cm^3 i den lille kuben er som en dm^3 i kubikkmeter-rommet – dette er en god måte å visualisere de forskjellige størrelsene på.



OPPGAVE 12 - HVOR MANGE XX FÅR PLESS I EN KUBIKKMETER?

OPPGAVE

1. Fortell klassen at de skal bestille 1 m^3 varer som fraktes fra utlandet (ikke på ordentlig). De kan bestemme selv hva dette skal være. I små grupper skal de finne noe som er tilgjengelig i klasserommet eller som de har med seg, f.eks. en blyant, ei bok, en telefon, en appelsin, osv.
2. Samle elevene med sine «varer» ved kubikkmeter-rommet. Diskuter størrelsen til kubikkmeter-rommet ift. til dm^3 , cm^3 , og liter. Vis frem desimeterkuben – hvor mange av disse desimeterkubene fyller 1 m^3 ? 10 kan legges til en rad, 10 rader dekker gulvet til et lag, og 10 lag fyller kubikkmeter-rommet – da blir det $1000 \text{ dm}^3 = 1 \text{ m}^3$.
Hvor mange cm^3 er i kubene? Kubikkcentimeter i desimeterkuben er en skalert modell. Hver gruppe skal presentere sine resultater for klassen. Av kubikkdesimeter i kubikkmeter-rommet. Kuben er som en liten modell av hele kubikkmeter-rommet! 1000 cm^3 i en dm^3 , ganger 1000 dm^3 i en 1 m^3 , blir til $1\,000\,000 \text{ cm}^3$ i 1 m^3 .
3. Elevene skal utforske hvordan varene deres kan fylles kubikkmeter-rommet. Fortell dem at metodene de bruke for å måle, gjøre overslag og regne er helt åpent. De skal skrive en kort rapport om hvordan de kom til svaret sitt.
4. Hver gruppe skal presentere sine resultater for klassen.

LØSNING

Sammenlign resultatene for å sjekke at svarene til gruppene henger sammen. For eksempel, om en gruppe finner at 2 000 bøker passer i en m^3 og en annen gruppe finner at 20 000 telefoner passer, er det rimelig at volumet til ei bok er 10 ganger så mye som volumet til en telefon? Be elevene om å gjøre et overslag over hvor mange de trenger av sine varer for å fylle klasserommet.



KUBIKKMETERHUS

Trinn:	5.-10.
Mål:	Lære om måleenheter og skriftliggjøring av disse på desimalform
Begreper:	Måleenheter for lengde som cm, dm og m - utvidet form
Utstyr:	Målebånd og ark med oppgaver
Fra Fagfornyelsen:	
2. trinn	
•	representere og bruke brøk, desimaltal og prosent på ulike måtar og utforske dei matematiske sammenhengane mellom desse representasjonsformene

Introduksjon:

Måljakt med desimaltall for lengdeenheter

Lær om både måleenheter og skap forståelse for desimaltall og plassverdisystemet. Elevene får en grunnleggende forståelse for lengde, og får en god grunnmur for veien videre.



OPPGAVE 13 - MÅLJAKT MED DESIMALTALL FOR LENGDEENHETER

Didaktikk:

Denne oppgaven er ikke bare en god øvelse for å lære om måleenheter, men også for å skape forståelse for desimaltall og posisjonssystemet/plassverdisystemet. Det er fint å bruke sammenhenger som dette, når begrepene skal knyttes til skriftliggjøring av tallene. Et upresist hverdagspråk, kan skape mange misoppfatninger. Ved å være oppmerksom på dette og sikre at elevene får med seg dette grunnlaget, kan misoppfatninger forebygges og elevenes grunnleggende forståelse for tall og målinger bygges opp.

Forberedelse:

Kopier et ark med oppgavene for måljakten til hver elev.

OPPGAVE

1. Før dere starter med selve oppgaven, er det fint å starte økta med en kort introduksjon hvor dere diskuterer hvordan vi ofte snakker om lengdemål i hverdagspråket.

For eksempel: Når vi skal si hvor høy vi er, forkorter vi dette til jeg er 1-66 (som betyr at jeg er en meter og 66 cm eller jeg er 1,66 m eller jeg er 1 meter, 6 dm og 6 cm eller jeg er 166 cm).

Når vi skal si hvor lang vegg er, sier vi: 12-50 (som betyr at vegg er 12 meter og 50 cm, 12,5 meter og 12 meter 5 desimeter og 0 cm).

2. Bruk skjemaet med oppgavene og gå på måljakt!

Gode spørsmål:

- Hvordan kan vi si 235 cm på mange forskjellige måter? 3,45 m? Fortsett med flere lignende spørsmål!
- Hvilken er mest? 1,14 eller 1,07? Husk å si hele tallet høyt og dele inn i 1 hel, 1 tidel og 4 hundredeler
- Knyttet til lengde: 1,14 meter er det samme som 1 meter, 1 dm og 4 cm
- 1,07 m er det samme som 1 m, 0 dm og 7 cm!
- $2,45 \text{ m} = 24,5 \text{ dm} = 245 \text{ cm}$

Tips:

La elevene være med på å lage flere måljakter med skriftliggjøring på ulik utvidet form. Kan du gjette hvor dette kan være i Kubikkmeterhuset? (sammen med et tall for en lengde).

Kubikkmeterhus måljakt

Tall	Enhet (cm, dm, m)	Hvor?
50,5	_____	_____
86,5	_____	_____
1,27	_____	_____
450	_____	_____
1/2	_____	_____
15	_____	_____
0,18	_____	_____
4	_____	_____
1700	_____	_____
$10\frac{1}{2}$	_____	_____

Kubikkmeterhus måljakt

Tall	Enhet (cm, dm, m)	Hvor?
50,5	_____	_____
86,5	_____	_____
1,27	_____	_____
450	_____	_____
1/2	_____	_____
15	_____	_____
0,18	_____	_____
4	_____	_____
1700	_____	_____
$10\frac{1}{2}$	_____	_____

LØSNING

Oppsummering/refleksjon: Når elevene er ferdig med å gjennomføre oppgaven ute, kan dere samle dere enten ute eller inne, for å gjennomgå oppgaven. Diskuter hva som kan være for eksempel: 1,07? 1,14? Det er mange elever som tror at 1,14 er mindre enn 1,07. Da er det viktig at vi leser og sier dette som 1 m 14 cm, evt 1 m, 1 dm og 4 cm. Dette vil forbygge misoppfatninger i forhold til desimaltall. Lengdemålinger er veldig gode for å gi praktiske erfaringer med dette!

Snakk med elevene om hvor viktig det er at dere i en periode vil bruke helt spesifikt språk når dere snakker om desimaltall og lengder. I stedet for å si 2,45 m vil dere si 2 hele meter, 4 tidels meter og 5 hundredelsmeter. Poengter at en hel meter er 100 cm, da blir 5 cm fem hundredeler av en meter. Vis dette ved bruk av et målebånd. Dere kan også skrive det slik at 2,45 m er det samme som 24,5 dm, eller 2 m, 4 dm og 5 cm. Ved å gjøre dette mange gjentatte ganger, vil elevene lettere kunne forstå plassverdisystemet, noe som er viktig for å forstå desimaltall og som igjen har en sammenheng til å forstå lengdeenheter.



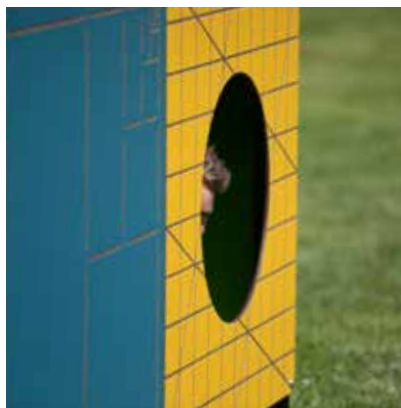
VINDUSVEGG

Trinn:	5.-10.
Mål:	Problemløsning med areal og brøk
Begreper:	areal, brøk, geometri, problemløsning
Utstyr:	Papir og blant, ruteark eller kopier av kopieringsoriginal i tilknytning til denne oppgaven, saks
Fra Fagfornyelsen:	

Introduksjon:

Kvadrater på skrå

Elevene får mulighet til å tenke kreativt, og jobbe med problemløsning. Samarbeid og kommunikasjon elevene i mellom, gir dem mulighet til å lære av og med hverandre.



OPPGAVE 14 - KVADRATER PÅ SKRÅ

Didaktikk:

Problemløsning er en viktig del av matematikk. En av de viktigste delene ved problemløsning er diskusjonen rundt de forskjellige løsningsstrategier elevene bruker for å løse oppgaven. Trekk sammenhenger mellom disse metodene. Forsikre deg om at elevene forstår de forskjellige løsningene. Her fins det muligheter for "mini-opplegg" for å gjennomgå begreper fra mange forskjellige områder, for eksempel pytagoras læresetning, arealformler, kvadratrot og potens, måleenheter mm.

Forbredelse:

Finn et sted hvor dere kan bruke vann, sand, snø eller lignende. Bruk en plastpose og et litermål. La en elev starte med å fylle litt vann i posen (en ukjent et jettfly med en spiss, to vinger og et hjørne som peker innover.

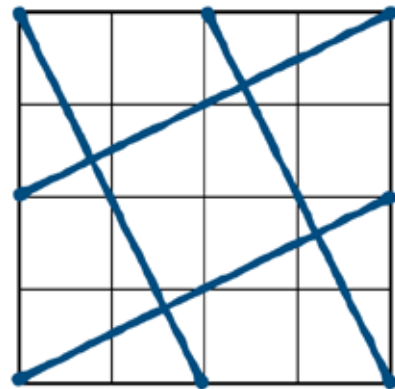
OPPGAVE

1. Tegn linjestykker fra hjørnene i kvadratet og til midtpunktene på sidene i kvadratet, som vist her, for å lage et mindre kvadrat i midten:

Hvilken brøk av arealet til hele kvadratet er arealet til kvadratet i midten?

Opgaven er tidkrevende, gi elevene god tid, slik at de får muligheten til å finne gode løsninger. Oppgaven kan fungere som avslutning på flere timer, som en "ukas nøtt".

TIPS: om enkelte elever bli stående fast, anbefales at de klipper ut delene langs de diagonale linjene og utforsker videre med delene.



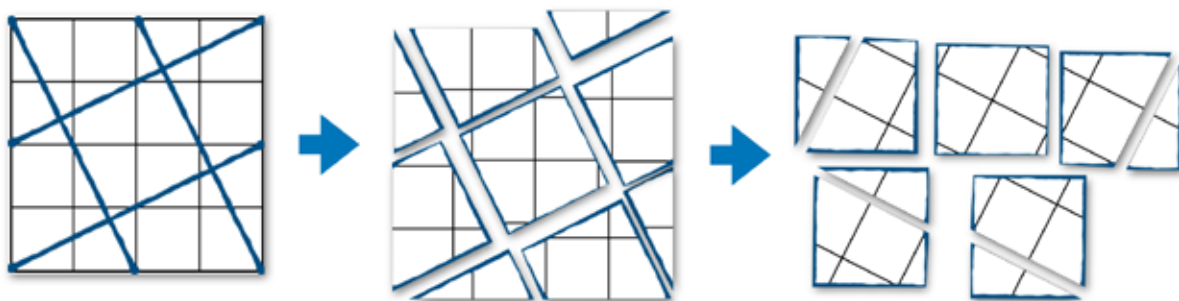
2. Diskuter forskjellige løsningsstrategier og løsninger.
3. Ute på Kubikmeterhuset kan elevene se en versjon av oppgaven. Dette kvadrat er delt i 100 desimeter kvadrater, hver er 1% av arealet til det hele. Be elevene om å bruke disse rutene for å finne andre måter å løse oppgaven på.

LØSNING

Det fins mange måter å løse problemet på. Måtene er avhengige av elevenes nivå og verktøy. Her er flere løsningsmetoder (som elevene kan ha brukt).

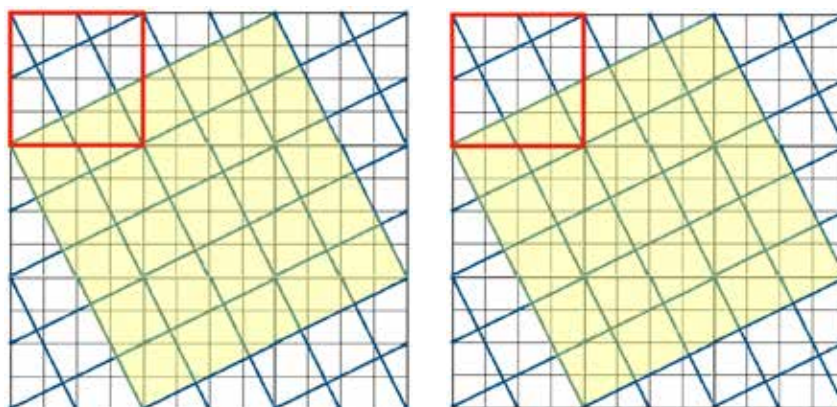
Løsning med papirklipp:

Ved å klippe ut kvadrater langs diagonale linjer kan delene settes sammen for å lage 5 kongruente kvadrat. Et av dem er kvadratet i midten. Da er dette kvadratet $1/5$ av arealet.



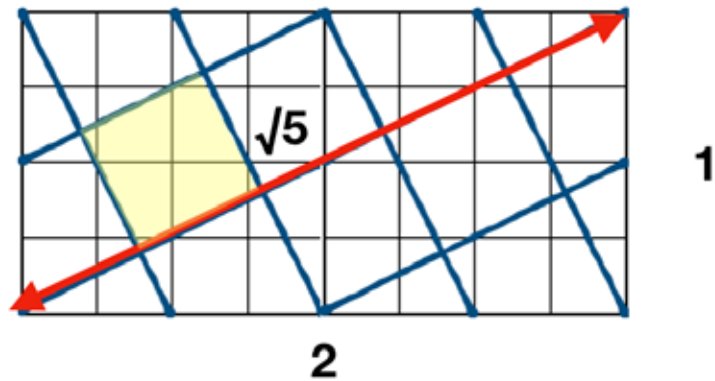
Løsning med mønster-utvidelse

Ved å utvide designet kan vi lage et større kvadrat med hjørner hvor de diagonale linjene krysser vannrette/loddrette linjer. Da blir det lettere å finne og sammenligne arealene. Om vi setter sammen 3×3 designene, får vi et stort kvadrat. Da kan vi finne arealet ved å telle rutene og rettvinklede trekanter (som har areal 1 rute hver). Arealet av det store kvadratet er 80 ruter. Det store kvadratet består av $5 \times 5 = 25$ kvadrater på skrå som er størrelsen vi ønsker å finne i oppgaven. Hver har areal $80/25 = 3,2$ ruter. Opprinnelig design er laget av 16 ruter. Da er brøken av arealet $3,2 : 16 = 0,2$... som er $1/5$.

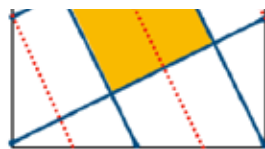
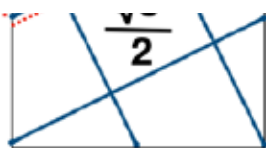


Løsning med Pytagoras setning

a) Sett sammen 2 kopier av designet for å lage et 1 x 2 rektangel. Diagonalen blir $\sqrt{5}$. Nøyaktig 5 kvadrater på skrå passer langs denne lengden, da er sidelengden $\sqrt{5} / 5$, og arealet er $(\sqrt{5} / 5)^2 = 1/5$.



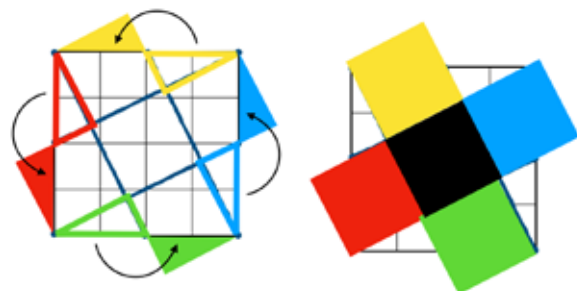
b) Lengden til en av de diagonale linjestykkene kan finnes uten å utvide designet som i (a). Finn hypotenusen til den rettvinklede trekanten med sidelengdene 1 og 1/2. Lengden blir $\sqrt{5}/2$. Ved hjelp av ekstra streker tegnet parallelle med de diagonale linjestykkene, kan vi se at sidelengden av kvadratet i midten er 2/5 av lengden av hele det diagonale linjestykket.



arealet kvadrat =
$$\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

Løsning med rotasjon:

I stedet for å klippe ut delene, kan den samme ideen brukes ved å visualisere rotasjon av rettvinklede trekanter for å fullføre kvadratene. Hele designet blir til 5 kvadrater, da er den i midten 1/5 av arealet









sove.no

